Equilibre général et choix social

Pierre Pestieau

Année académique 2006-2007

Contents

Introduction

L'équilibre met l'accent sur l'interaction entre tous les agents économiques sur l'ensemble des marchés. Cette approche se distingue d'une part de la microéconomie qui étudie le comportement d'agents individuels ou le fonctionnement de marchés isolés, et d'autre part de la macroéconomie qui procède par agrégation sur les agents et les biens.

L'équilibre général est souvent présenté comme une extension de l'analyse microéconomique à laquelle il emprunte la formalisation et la méthodologie. Il s'en distingue fondamentalement de deux manières. D'abord, comme son nom l'indique, il ne procède pas par équilibre partiel, approche propre à la microéconomie où l'on étudie le comportement d'un agent *ceteris paribus*. Ici, précisément, la plupart des variables sont endogènes, à la recherche de leur équilibre. En outre, l'équilibre général débouche sur une analyse normative et politique. Il ne se contente pas de caractériser les situations auxquelles conduisent les interactions des agents; il tâche aussi de les évaluer sur le plan de leur désirabilité sociale et de suggérer des mesures correctrices là où le fonctionnement du marché n'est pas idéal.

Par rapport à l'analyse macroéconomique élémentaire, l'équilibre général est plus formel et sans doute plus complexe. En revanche, il ne permet pas d'aboutir à des propositions de politique économique aussi riches qu'en macroéconomie. Il demeure, et ce en dépit de son caractère abstrait, qu'un cours d'équilibre général présente les fondements de propositions en matière d'analyse coût-bénéfice, taux d'actualisation sociale, tarification des services publics, contrôle de la pollution, réglementation des monopoles, traitement de l'emploi et des importations dans le secteur public.

Les deux ouvrages classiques portant sur l'équilibre général sont:

T.C. Koopmans, *Three Essays on the State of Economics Science*, McGraw Hill, 1957 Essay 1: Allocation of Resources and the Price System, sections 1 et 2, pp. 4-66.
(existe en paperback; la traduction française, Trois essais sur la science économique contemporaine, Dunod, 1970 est épuisée).

G. Debreu, *Theory of Value*, Wiley, New York, 1959, pp. xii, 114.

Traitement mathématique très rigoureux et élégant, mais très abstrait, de la théorie de l'équilibre concurrentiel. Existe également en français.

Parmi les lectures qui pourraient vous aider dans la compréhension de ce cours, on retiendra:

A. Mas Colell, M. Whinston, J. Green, Microeconomic Theory, Oxford University Press, 1995,

H. Varian, *Microeconomics Analysis*, Norton, 1995 (traduit en français),

B. Salanie, *Défaillance du Marché*, Economica, 1999.

En outre, il est fortement recommandé de lire l'ouvrage en poche:

R. Guesnerie, *L'économie de marché*, nouvelle édition à paraître (manuscrit disponible).

Ce cours sera organisé selon les lignes suivantes. D'abord, on définit et caractérise le concept d'équilibre concurrentiel dans une économie de marché et de propriété privée. Ensuite, on introduit le concept d'optimum de Pareto et on en présente ses relations avec l'équilibre de marché. Ce sont les deux théorèmes fondamentaux du bien-être. On aborde alors le problème du choix social qui va au-delà du concept indéterminé d'optimum de Pareto. Enfin, on considère une série de domaines où les économies de marché réelles ne correspondent pas à la définition idéale qui en a été donnée. Dans ces divers cas, une action plus ou moins directe des pouvoirs publics peut s'imposer afin de permettre de se rapprocher de l'optimum. Mais l'Etat peut être défaillant. Il faut donc arbitrer entre les défaillances de l'Etat et du marché. Il demeure que pour la redistribution, on ne peut compter que sur l'Etat.

1
CADRE CONCEPTUEL. RAPPEL

1.1 La maquette de l'économie

La description du monde par la microéconomie et l'équilibre général est fondée sur deux concepts: les biens et les agents.

1.1.1 Les agents

Chaque agent est un centre de décision autonome agissant de façon individualiste en fonction de ses objectifs propres. Selon les cas, il est constitué par un seul individu, un groupe d'individus (famille, par ex.) ou une personne morale. On répartit les agents en deux catégories, selon leur fonction économique:

- les producteurs, ou entreprises qui transforment certains biens en d'autres;
- les consommateurs, qui peuvent offrir certains biens et les utilisent pour leurs besoins propres.

Dès l'abord, on notera l'asymétrie entre ces deux types d'agents. Le consommateur revêt en effet beaucoup plus d'importance que le producteur, et cela pour trois raisons: le consommateur peut être producteur et en tout cas travailleur; dans une économie de propriété privée, il possède les entreprises et le producteur est à ses ordres; quand il s'agira de porter un jugement normatif sur l'affectation et la distribution des biens, on ne s'occupera que du bien-être des consommateurs.

Il y a m consommateurs, indicés $i = 1, ..., m$, et n producteurs, indicés $j = 1, ..., n$.

1.1.2 Les biens

Les biens sont soit des marchandises physiques (pain, automobiles, ...), soit des services (transports, soins médicaux, diverses formes de travail,...). Un bien est caractérisé par le fait que deux quantités égales de ce bien doivent être parfaitement équivalentes pour chaque consommateur et chaque producteur. C'est pourquoi le même bien physique disponible à deux endroits différents ou à deux dates différentes devra être considéré comme deux biens différents.

En général, chaque unité d'un bien ne concerne que celui qui la produit ou la consomme. Il existe cependant des situations où elle peut concerner d'autres agents: la musique de votre guitare peut gêner vos voisins; la pollution d'une usine localisée aux abords d'une agglomération affecte la qualité de l'air de ses habitants. On parle alors de biens à effets externes ou de biens collectifs, publics.

On suppose qu'il y a ℓ biens indicés $h = 1, ..., \ell$. Ce nombre ℓ peut être très élevé. La quantité de chaque bien peut être mesurée par un nombre réel, ce qui exclut la prise en compte des indivisibilités. On appelle complexe (panier, collection) de biens, un vecteur à ℓ composantes, appartenant à l'espace euclidien réel; chaque composante donne la quantité du bien correspondant. Par exemple, le complexe de deux biens: 15 kg de pommes de terre, 1,50 m de tissu, est représenté par un point sur la Figure 1.1.

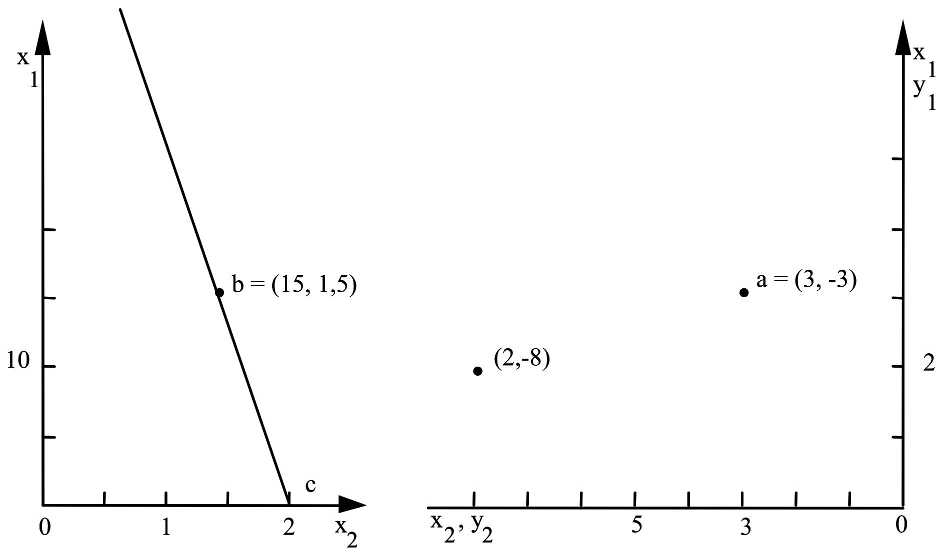
Chaque consommateur i sera caractérisé par un complexe $x^i = \left(x_1^i, \ldots, x_\ell^i\right)$. Les composantes de ce vecteur sont positives pour les biens achetés, négatives pour les services fournis. Par exemple, si le consommateur consomme 2 kg de pain et travaille 8 heures, on peut représenter ce complexe par un vecteur (2, -8) sur la Figure 1.2. De même, on représentera par $y^j = \left(y_1^j, \ldots, y_\ell^j\right)$ le vecteur de production de l'entreprise j où, à nouveau, les outputs sont représentés par des nombres positifs et les inputs par des nombres négatifs. Sur la

Figure 1.2, le point $a = (3, -3)$ implique que le producteur produit 3 pains à partir de 3 heures de travail.

1.1.3 Les prix

Dans une économie de marché, les échanges sont fondés sur un système de prix, qui est une table commode de termes d'échange. Dire que les prix respectifs des biens 1 et 2 sont p_1 et p_2 signifie que 1 unité du bien 1 s'échange contre p_1 et que l'unité du bien 1 s'échange contre p_1/p_2 unités du bien 2. On désignera ainsi par le vecteur $\bar{p} = (\bar{p}_1, \ldots, \bar{p}_\ell)$ les prix des ℓ biens considérés; ces prix sont en général positifs, parfois nuls. Soit un panier de biens $\bar{x} = (\bar{x}_1, \ldots, \bar{x}_\ell)$ et un système de prix $\bar{p} = (\bar{p}_1, \ldots, \bar{p}_\ell)$, on dénotera la valeur de ce panier par

$$\bar{p}\,\bar{x} = \bar{p}_1\,\bar{x}_1 + \bar{p}_2\,\bar{x}_2 + \cdots + \bar{p}_\ell\,\bar{x}_\ell = \sum_h^\ell \bar{p}_h\,\bar{x}_h.$$



Figures 1.1 et 1.2

Deux paniers différents, mais de même valeur, peuvent s'échanger l'un contre l'autre. Pour reprendre l'exemple de la Figure 1.1, supposons que $p = (5, 150)$ à savoir que les pommes de terre coûtent 5 francs le kilo et le tissu 150 frs le mètre. La valeur de b s'écrit $pb = (5.15) + (150.1,5) = 300$; le panier c composé uniquement de

2 mètres de tissu aura la même valeur, de même d'ailleurs que tous les paniers correspondant aux points de la droite *bc*.

1.1.4 L'équilibre général et l'équilibre partiel

L'objet d'un cours d'équilibre général consacré aux économies de marché est d'étudier dans quelles conditions les biens sont mis à la disposition de l'économie, qu'ils soient produits ou qu'ils existent simplement dans la nature et comment ils sont alloués entre les différents agents au travers d'échanges volontaires basés sur les prix. Jusqu'à présent, les enseignements de microéconomie concernant l'équilibre concurrentiel que vous avez reçus, ont abordé les trois questions suivantes :

1. le comportement du consommateur qui considère comme une donnée le niveau des prix et de son revenu et qui, en fonction de ses préférences représentées par sa fonction d'utilité, décide des quantités consommées de chaque bien;

2. le comportement de l'entrepreneur qui, en concurrence parfaite, considère aussi le prix comme une donnée, et qui fixe, en fonction de ces prix et de ses possibilités techniques, les quantités produites et les facteurs de production qu'il doit utiliser;

3. l'équilibre sur un seul marché en situation de concurrence parfaite.

Ces trois questions ainsi que la matière de ce cours peuvent être schématisées dans le Tableau 1.

En microéconomie, on considère l'équilibre partiel: quelle quantité d'un bien consomme-t-on, produit-on pour un prix donné, au niveau de l'agent individuel ou du marché? Quelle quantité échange-t-on et à quel prix, au niveau du marché d'un seul bien? Quand on passe à l'équilibre général, on essaie de montrer comment il existe, non plus un prix d'équilibre, mais un système de prix d'équilibre tel que sur chaque marché la quantité offerte et la quantité demandée s'ajustent exactement.

Dans la suite de ce chapitre, nous examinerons successivement et brièvement les trois questions abordées en microéconomie: le comportement du consommateur, celui de la firme et enfin l'équilibre concurrentiel.

	Préférences	Possibilités techniques	Revenus	Prix	Quantités
Production	—	données	—	donnés	expliquées
Consommation	données	—	donnés	donnés	expliquées
1 seul marché concurrence parfaite	données	données	donnés	donnés sauf celui du bien étudié	expliquées
Equilibre général marchés concurrentiels	données	données	dépendent des ressources initiales	expliqués par le modèle	expliquées

TABLE 1.1.

1.2 Le consommateur et la fonction de demande

Le point de départ est celui-ci: pour un consommateur i donné, il existe:

- un domaine de consommations *a priori* possibles: X^i que l'on appelle son ensemble de consommation, généralement supposé fermé et convexe;

- un ordre de préférences qui lui permet de classer totalement les éléments de cet ensemble et qui possède certaines propriétés (complet, réflexif, transitif, continu).

Ces propriétés permettent de représenter cet ordre par une fonction d'utilité ordinale (définie à une transformation monotone croissante près) qui associe à tout complexe de biens un nombre réel de telle façon que le classement des nombres par $\geqslant$ respecte le classement des complexes correspondants.

Cette fonction d'utilité s'écrit

$$u^i = u\left(x_1^i, ..., x_\ell^i\right).$$

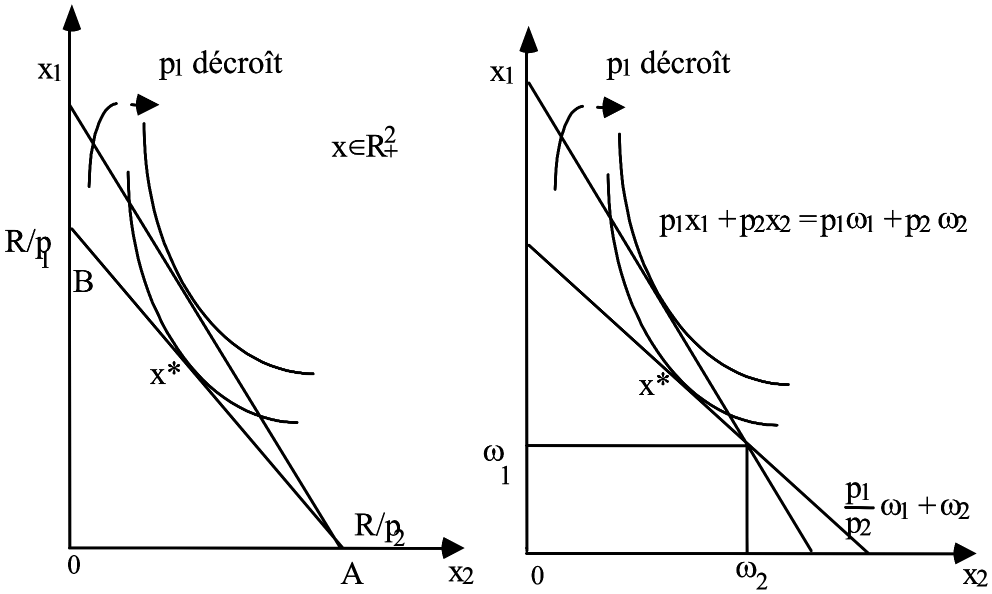
et est supposée strictement concave.

Il nous faut maintenant rappeler comment cette représentation des préférences d'un individu peut servir à la construction de fonctions de demande, où sont pris en compte les facteurs proprement économiques, prix et revenus.

Nous supposons que le système des prix est une donnée pour le consommateur; en d'autres termes sa décision n'a pas d'incidence sur le prix d'un produit. D'autre part, nous supposons que, pour la période considérée, le consommateur dispose d'un certain montant de ressources noté R^i qu'il doit répartir entre ses divers achats. Les décisions du consommateur seront donc limitées par les possibilités physiques, X^i, et par sa contrainte budgétaire qui s'écrit:

$$\Sigma p_h \, x_h^i \leqslant R^i \tag{1.1}$$

Pour R^i et p donnés, le consommateur i va choisir le panier x^i qui soit optimal au sens de ses préférences. Il est facile de caractériser les solutions de ce problème dans le cas de deux biens.



Figures 1.3 et 1.4

Sur la Figure 1.3, le domaine des possibilités budgétaires est représenté par le triangle OAB; la fonction d'utilité est représentée par des courbes d'indifférence qui tournent leur convexité vers l'origine et ne coupent pas les axes. Les quantités optimales de x_1 et x_2 sont obtenues en maximisant $u(x)$ sous la contrainte (1.1); elles sont déterminées par le système

$$\frac{p_1}{p_2}\frac{\partial u}{\partial x_1} = \frac{\partial u}{\partial x_2} \text{ et } p_1x_1 + p_2x_2 = R.$$

Ce système détermine les fonctions de demande du consommateur en bien 1 et en bien 2:

$$\begin{aligned} x_1 &= x_1(p_1, p_2, R) \\ x_2 &= x_2(p_1, p_2, R) \end{aligned} \tag{1.2}$$

Cette présentation appelle un certain nombre de remarques:

- elle peut être généralisée à ℓ biens sans difficulté;
- l'unicité du point optimal est due à la stricte convexité des courbes d'indifférence; pour la même raison, les fonctions vectorielles de demande sont continues et biunivoques;
- les fonctions de demande sont homogènes de degré 0 par rapport aux prix et au revenu; en d'autres termes, elles sont exemptes d'illusion monétaire;
- les fonctions de demande sont insensibles à toute transformation monotone croissante de la fonction d'utilité;
- plutôt qu'un revenu initial R, on pourrait supposer que le consommateur dispose de quantités données des deux biens; du coup, sa contrainte budgétaire s'écrit:

$$\Sigma p_h X_h \leqslant \Sigma p_h \omega_h \tag{1'}$$

On obtient alors des fonctions de demande qui dépendent des seuls prix:

$$\begin{aligned} x_1 &= x_1(p_1, p_2) \\ x_2 &= x_2(p_1, p_2) \end{aligned} \tag{2'}$$

Ce cas est représenté sur la Figure 1.4 où la demande optimale varie avec le rapport des prix p_2/p_1.

Ainsi donc, chaque consommateur i est caractérisé par une fonction de demande

$$x^i\left(p,R^i\right)=\left[x_1^i\left(p,R^i\right),\ldots,x_\ell^i\left(p,R^i\right)\right]$$

dont l'addition horizontale donne la fonction de demande du marché:

$$x=\sum_i x^i\left(p,R^i\right)$$

Les courbes de demande présentées dans les cours d'introduction à l'économie sont tirées de ces fonctions. Pour un bien quelconque h, on fixe tous les revenus et les prix autres que p_h. Les deux courbes sont représentées sur la Figure 1.5.

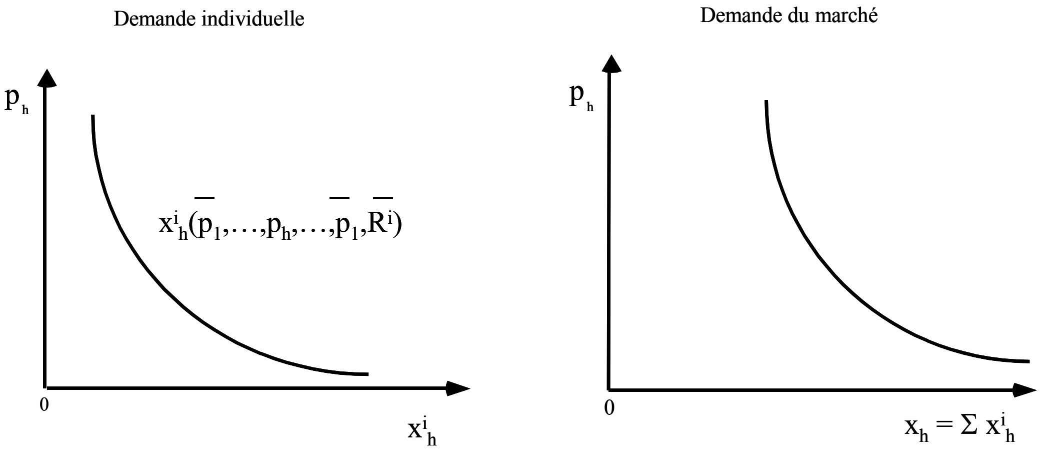
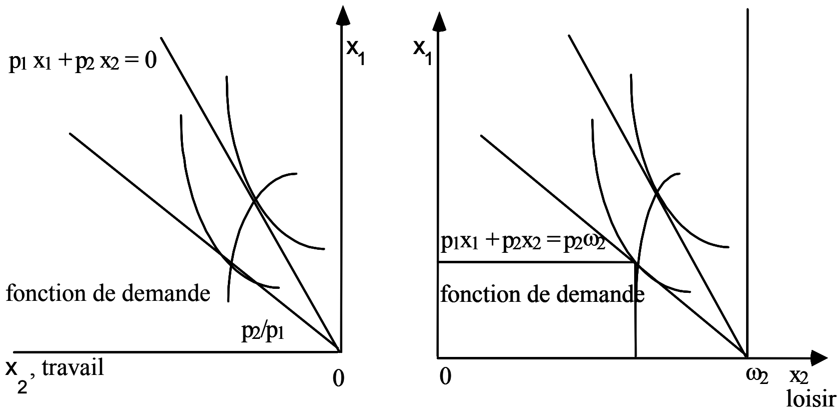


Figure 1.5

Jusqu'à présent, nous avons uniquement considéré des biens de consommation; on peut tout aussi bien introduire des services offerts par le consommateur. Dans ce cas, il n'est même pas besoin de recourir à un revenu exogène. Nous prendrons le cas du travail et considérerons deux approches. Dans la première, le consommateur considère le travail directement et en tire une certaine désutilité (plus de travail lui donne un bien-être moindre); dans la seconde, le consommateur tire de la satisfaction du bien loisir, le travail étant défini comme la différence entre quantité totale de temps disponible et loisir. Ces deux approches d'un même problème sont représentées sur les Figures 1.6 et 1.7.



Figures 1.6 et 1.7

Dans l'un et l'autre cas, on obtient une fonction de demande, ou plutôt d'offre de travail qui dépend des prix du marché. Notons ici à nouveau l'importance de la stricte convexité pour assurer l'unicité du panier optimal et la continuité de la fonction de demande.

1.3 Le producteur et les fonctions d'offre

Un processus de production est défini par un vecteur $y = (y_1, ..., y_\ell)$ composé d'outputs et d'inputs; les premiers sont comptés positivement, les seconds négativement. Ce qui importe de connaître, ce sont les processus de production qui sont possibles. Seule intervient, dans cette définition, la limitation technique. On dénote par Y, l'ensemble du processus de production possible, appelé simplement l'ensemble de production. On fait habituellement des hypothèses sur cet ensemble. En voici, les plus importantes :

- l'inaction est possible; autrement dit le vecteur nul appartient à Y;
- l'entreprise peut disposer librement des inputs et des outputs;
- Y est fermé (contient sa frontière).

Les deux représentations les plus faciles d'ensembles de production (ou plus exactement de leurs frontières) sont soit le cas de deux biens: un output et un input (fonction de production) ou trois biens: un output et deux inputs (isoquantes). On les trouvera sur les Figures 1.8 et 1.9.

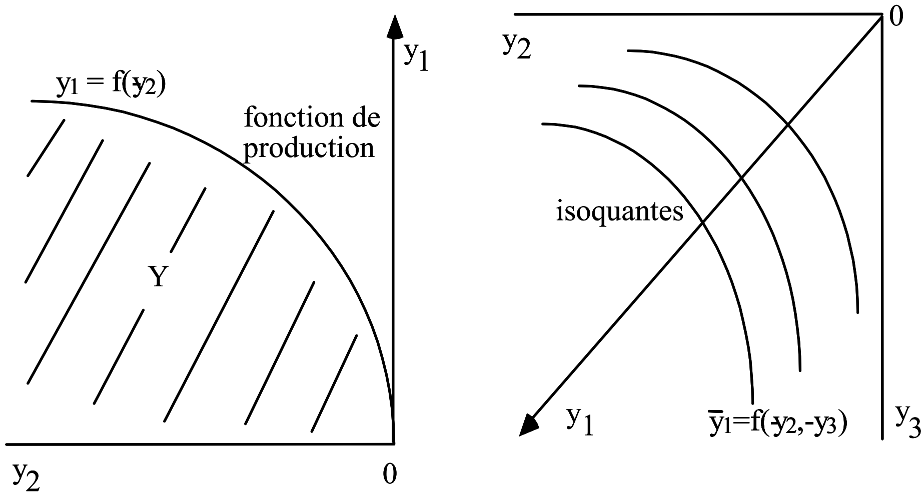
Sur la Figure 1.8, l'ensemble de production est constitué par la zone hachurée; la frontière supérieure correspond à ce qu'on appelle la fonction de production. Sur la Figure 1.9, l'ensemble de production est constitué par un quartier de cône renversé dont on représente, par des isoquantes strictement convexes, certaines tranches ou niveaux d'output.

Un point compris dans cet ensemble Y est possible et, pour un vecteur de prix donnés, il est possible d'en calculer la valeur ainsi que celle de tout autre vecteur de production d'égale valeur. La valeur d'un vecteur de production est ce qu'on appelle plus couramment le profit, à savoir la différence entre la valeur des outputs et celle des inputs. Soit le profit de l'entreprise j:

$$\pi^j = p^j \, y^j = \sum_h p_h^j \, y_h^j \ \text{ où } \ y^j \in Y^j$$

Le producteur gère cet ensemble de processus de production de manière à trouver celui ou ceux qui entraînent le profit le plus élevé. Dans l'exemple à deux biens, il est facile de représenter les droites d'isoprofit, c'est-à-dire les points de profit maximal pour une série de configurations possibles de la frontière de production.

Notons d'abord que le profit pour un niveau donné est représenté sur l'ordonnée par le point d'intersection avec la droite d'isoprofit.



Figures 1.8 et 1.9

En effet, pour un point donné, y^*, le profit est égal à la valeur de l'output $p_1 y_1^*$ plus la valeur de l'input (par définition négative) $p_2 y_2^*$ donc $\pi = p_1 y_1^* + p_2 y_2^*$. Or l'intersection a est égale à $\pi / p_1 = y_1^* + (p_2/p_1)\, y_2^*$, soit le profit en termes du bien 1. Ceci étant, remarquons que dans cet exemple à deux biens, trois cas sont possibles selon que les rendements d'échelle sont constants, croissants ou décroissants. Or, ces cas correspondent à la configuration respectivement strictement concave, linéaire, ou strictement convexe de la frontière de l'ensemble de production. Dans le cas a , il y a un point optimal y^*; dans le cas b, aux prix donnés, le producteur tâchera de produire une infinité; de même dans le cas c. Faisons varier le prix d'un bien et voyons ce qui arrive dans chaque cas. On fixe la valeur de p_2 à l'unité. On peut ainsi obtenir une relation entre les vecteurs de production optimale et le niveau du prix p_1. Cette relation est désignée sous le nom de fonction d'offre. Soit:

$$y^* = y^*(p_1, p_2).$$

Le vecteur $y = (y_1, ..., y_\ell)$ comprend des offres et des demandes qui sont toutes fonction du vecteur des prix $(p_1, ..., p_\ell)$.

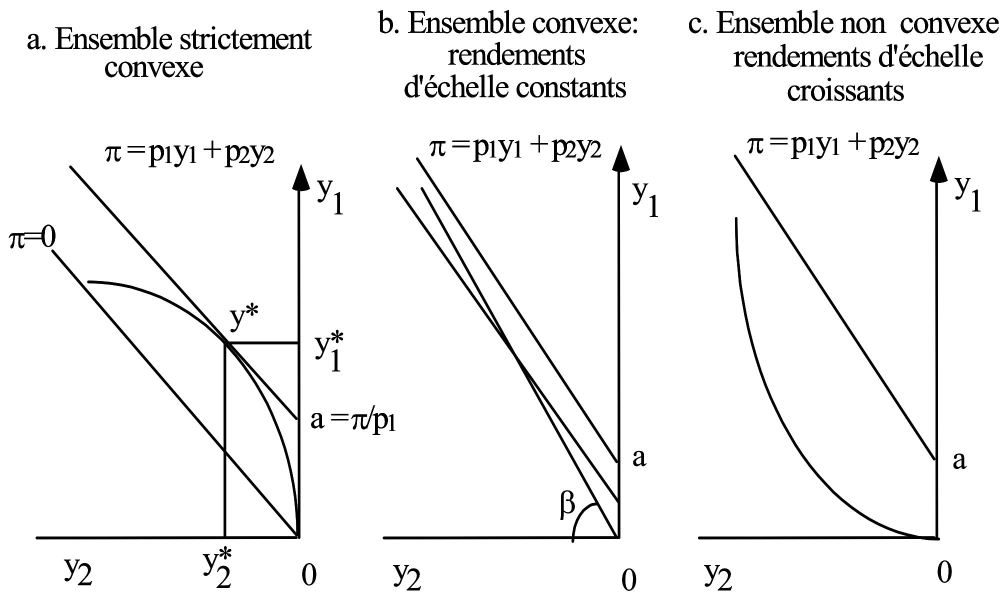


Figure 1.10

Plus généralement, $y(p)$ maximise $p.y$ sous la contrainte de $y \in Y$. Graphiquement, il est possible de représenter pour chaque cas, la fonction d'offre de l'output; on pourrait faire de même pour la fonction de demande de l'input. Rappelons que sur la Figure 1.10, la pente des droites d'isoprofit est précisément égale à p_2/p_1.

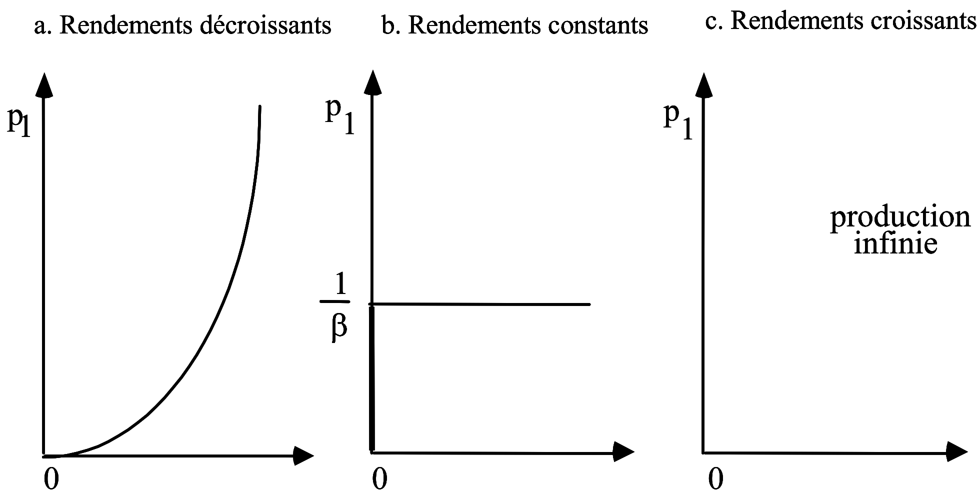


Figure 11 - Fonction d'offre de y_1 (p_1, p_2) pour $p_2 = 1$

La courbe obtenue dans le cas a est précisément la courbe d'offre du producteur présentée dans le cours d'introduction. Pour obtenir l'offre de marché, il suffit d'additionner les fonctions d'offre des divers producteurs. Pour illustrer les relations entre rendements d'échelle, coût marginal et offre, prenons un petit exemple de fonction de production: soit $y_1 = (-y_2)^\alpha$. Ou plutôt appelons y l'output, le blé et z, le travail. On écrit $y = z^\alpha$. Il y a rendements constants, décroissants, croissants selon que $\alpha = 1, < 1, > 1$. Pour un salaire w donné, et le prix du blé unitaire et $\alpha < 1$, le profit s'écrit:

$$\pi = y - wz = z^\alpha - wz$$

et le coût de production en fonction de y:

$$C(y) = wz = wy^{1/\alpha}.$$

Pour dériver les fonctions d'offre et de demande, il suffit de maximiser π; pour une solution intérieure, il faut que $\alpha < 1$.

$$z = \left(\frac{w}{\alpha}\right)^{\frac{1}{\alpha-1}} \quad \text{et} \quad y = \left(\frac{w}{\alpha}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}}.$$

On vérifie aisément que la relation de coût marginal CM est identique à la relation d'offre. En effet, $CM = \dfrac{1}{\alpha} wy^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}$.

La présentation qui vient d'être faite appelle plusieurs remarques:

- elle peut être généralisée à plusieurs biens et facteurs sans aucune difficulté;
- elle implique que les producteurs prennent les prix pour donnés; cela ne peut se défendre que s'ils sont en grand nombre (concurrence atomistique);
- avec des rendements croissants, il n'est pas d'équilibre possible; aussi, insisterons-nous, dans un premier temps, sur le cas des rendements décroissants ou constants;
- les fonctions d'offre sont homogènes de degré 0;
- ce n'est qu'avec des rendements décroissants que le producteur fait des profits et que l'on peut obtenir une fonction d'offre biunivoque (à tout vecteur de prix, correspond un seul vecteur de production et réciproquement);

- là où le profit de l'entreprise est maximum, le coût marginal est égal au prix de vente de l'output, et la productivité marginale de l'input est égale au rapport du prix de l'input considéré au prix de l'output.

1.4 Equilibre de marché: analyse partielle en concurrence parfaite

Nous allons maintenant aborder la question de l'équilibre sur le marché d'un bien en concurrence parfaite, d'abord à court terme, puis à long terme. Rappelons ici que l'hypothèse de concurrence parfaite implique quatre caractéristiques: absence de discrimination, grand nombre d'agents, information parfaite, libre entrée dans le jeu du marché. A la différence du court terme, dans le long terme il y a possibilité de création d'entreprises nouvelles.

Nous commençons avec une entreprise intervenant comme offreuse sur le marché d'un bien k. L'offre globale s'obtient par sommation horizontale des offres individuelles; soit:

$$y_k = \sum_j^n y_k^j (p) .$$

Graphiquement, nous prendrons une courbe d'offre qui est d'abord plate (rendements constants) puis croît (rendements décroissants); nous supposons que les entreprises sont identiques. Côté demande, nous avons une demande globale pour le bien k qui, elle aussi, est obtenue à partir des demandes individuelles:

$$x_k = \sum_i^m x_k^i \left(p, R^i\right) .$$

Dans le vecteur p, tous les éléments sauf p_k sont fixes; les revenus R^i sont aussi donnés. Sur la Figure 1.12, nous représentons la manière dont le prix d'équilibre se forme en supposant, pour la facilité, que $n = 3$.

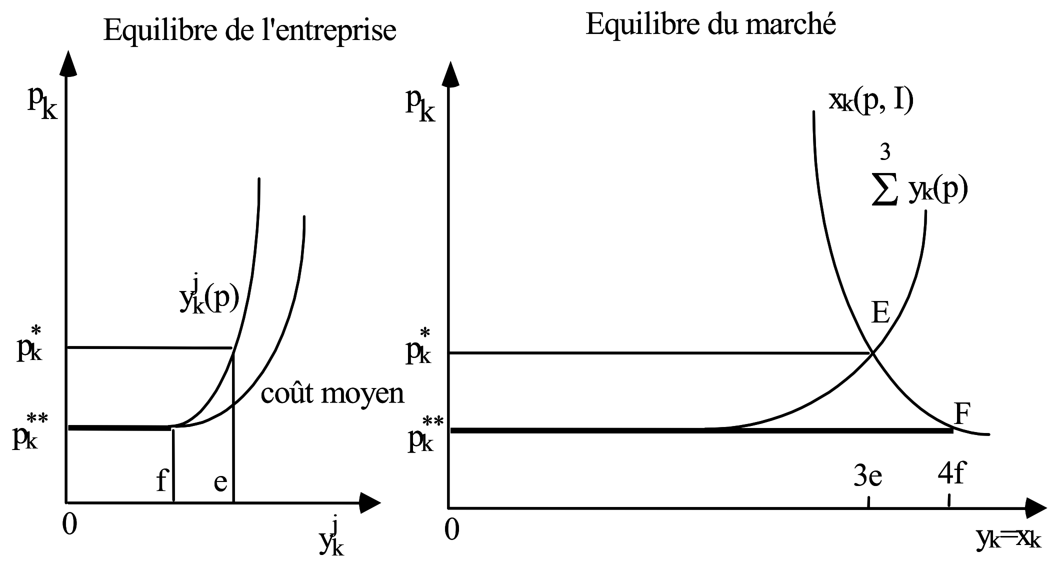


Figure 1.12

On voit qu'au prix p_k^* le marché est équilibré. En effet, la quantité offerte y est égale à la quantité demandée. Mathématiquement, cette idée s'exprime par le fait que l'équation $x_k\,(p_k) = y_k\,(p_k)$ a une racine positive. Nous sommes dans le court terme : le nombre d'établissements est fixé; l'équilibre implique pour chacun d'eux un certain bénéfice positif dans la mesure où la courbe de coût marginal (offre) est croissante. Il est à prévoir que, attirés par ces bénéfices, de nouveaux établissements vont se créer, ce qui aura pour conséquence une variation positive de la fonction d'offre globale. Géométriquement, si un établissement nouveau se présente sur le marché la courbe d'offre globale se déplace et intersecte la courbe de demande au point F; le nouveau prix d'équilibre est p_k^{**} pour lequel il n'y a plus de profit.

Nous avons ainsi montré comment peut s'établir sur le marché d'un bien un prix d'équilibre, et comment il en résulte pour chaque agent intervenant sur le marché une décision d'offre ou une décision de demande, optimale pour l'un ou l'autre, telle que la somme des quantités offertes et la somme des quantités demandées s'équilibrent exactement. Dans le prochain chapitre, nous élargirons ce point de vue; nous essayerons de montrer comment il existe non plus un prix d'équilibre, mais un système de prix d'équilibre, tel que, pour chaque marché, offre et demande s'ajustent exactement. Nous abandonnerons la distinction entre court et long termes, l'analyse étant statique. On notera cependant qu'une technologie à rendements constants, impliquent donc des bénéfices nuls, correspond à une situation de long terme.

2

EQUILIBRE GENERAL CONCURRENTIEL

2.1 Economie de pur échange

2.1.1 Economie d'échange à deux agents et deux biens

Nous commençons l'analyse de l'équilibre général en supposant que l'économie se compose seulement de consommateurs et que la seule activité économique consiste à échanger et consommer des quantités fixes des divers biens. Une telle économie est appelée économie de pur échange. Plus simplement encore, nous abordons cette question au travers du cas le plus élémentaire: 2 biens et 2 consommateurs. Cela nous permet d'utiliser un instrument géométrique particulièrement utile: la boîte d'Edgeworth utilisée particulièrement en économie internationale.

Chaque consommateur est caractérisé par une fonction d'utilité et un vecteur de dotations initiales. Soit par exemple:

$$\begin{aligned} u^1\left(x_1^1, x_2^1\right) &= \left(x_1^1\right)^{1/2}\left(x_1^1\right)^{1/2} \text{ ; } \omega^1 = (1,0) \\ u^2\left(x_1^2, x_2^2\right) &= \left(x_1^2\right)^{1/4}\left(x_2^2\right)^{3/4} \text{ ; } \omega^2 = (0,1)\,. \end{aligned}$$

Pour tout système de prix, chaque consommateur souhaite détenir un vecteur de biens qui corresponde à sa fonction de demande. Soit dans le cas présent:

$$
\begin{aligned}
x_1^1 &= \frac{1}{2}, \quad x_2^1 = \frac{p}{2} \\
x_1^2 &= \frac{1}{4p}, \quad x_2^2 = \frac{3}{4}
\end{aligned}
$$

où $p = p_1/p_2$.

On le voit, ces fonctions ne dépendent que des prix relatifs, puisqu'ici le revenu est lui-même fonction des prix. Le problème de l'équilibre général est le suivant: peut-on trouver un système de prix tel que les deux marchés soient simultanément en équilibre? Les équations de l'équilibre général sont ici très simples:

$$
\begin{aligned}
x_1^1(p) + x_1^2(p) &= \omega_1^1 + \omega_1^2 \quad \text{ou} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{4p} = 1 \\
x_2^1(p) + x_2^2(p) &= \omega_2^1 + \omega_2^2 \quad \text{ou} \quad \frac{p}{2} + \frac{3}{4} = 1
\end{aligned}
$$

Nous avons un système de deux équations à deux inconnues. Il n'y a en fait qu'une inconnue puisque seul compte le rapport du prix: p. Il faut cependant noter que ces deux équations ne sont pas indépendantes. Pour s'en assurer, il suffit de les ajouter membre à membre, en multipliant la première par p_1. Ce qui les relie, c'est le fait que, quel que soit le prix du marché, la valeur de l'offre sera toujours égale à la valeur de la demande. Cette équation que l'on tire des contraintes budgétaires individuelles est appelée loi de Walras.

Dans l'illustration présente, ces remarques impliquent qu'il suffit de résoudre une des deux équations en p. Cela donne: $p^* = \frac{1}{2}$. Ce rapport de prix rend compatibles les demandes des deux consommateurs. Pour obtenir une représentation géométrique de l'équilibre concurrentiel dans une économie d'échange, l'économiste anglais Edgeworth a imaginé la méthode suivante. On représente le problème de deux consommateurs sur un rectangle dont les côtés correspondent aux dotations initiales totales en biens; l'utilité et le vecteur de consommation du premier consommateur sont calculés à partir du coin inférieur gauche et ceux du consommateur 2 à partir du coin supérieur droit. Tout point dans ce rectangle dénote une affectation possible des biens entre les deux individus. L'équilibre concurrentiel est le point où les courbes de demande des deux consommateurs intersectent. On utilise parfois le terme de sentier des prix ou d'offre réciproque plutôt que celui de courbe de demande.

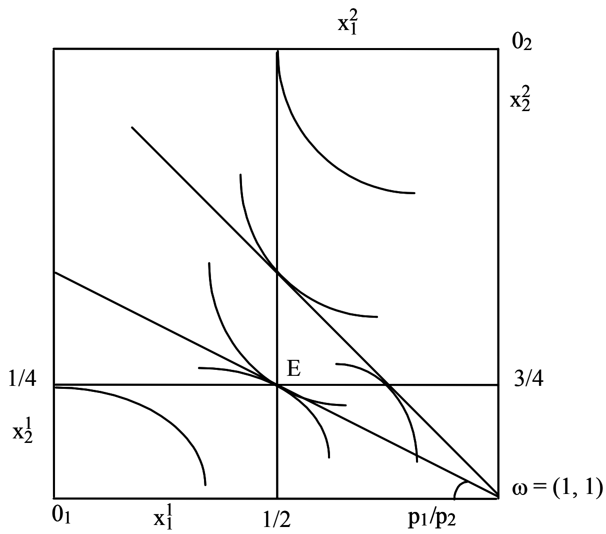


Figure 2.1

Dans cet exemple, la courbe de demande du consommateur 1, c'est-à-dire le lieu de tangence entre ses courbes d'indifférence et les droites des prix passant par ω, est une verticale; de même, la courbe de demande du consommateur 2 est une horizontale; elles se croisent en un point E, là où la pente de la droite des prix $p = 1/2$.

Autre exemple

Nous gardons les mêmes dotations initiales mais adoptons comme fonction d'utilité:

$$\begin{aligned} u^1\left(x^1\right) &= Min\left(x_1^1, x_2^1\right) \\ u^2\left(x^2\right) &= x_1^2.x_2^2. \end{aligned}$$

On dérive aisément les fonctions de demande, en posant $p_1 = 1$,

$$\begin{aligned} x^1(p) &= \left(1/\left(1+p_2\right),\ 1/\left(1+p_2\right)\right) \\ x^2(p) &= \left(p_2/2\,,\ 1/2\right). \end{aligned}$$

Les équations d'équilibre général s'écrivent donc :

$$\frac{1}{1+p_2} + p_2/2 = 1 \text{ et } \frac{1}{1+p_2} + \frac{1}{2} = 1.$$

La seule valeur de p_2 qui vérifie l'une et l'autre équation est donnée par $p_2^* = 1$. Ce problème est d'ailleurs présenté sur la Figure 2.2. On remarque que la courbe de demande du consommateur 1 est la diagonale principale et celle du consommateur 2, une droite horizontale.

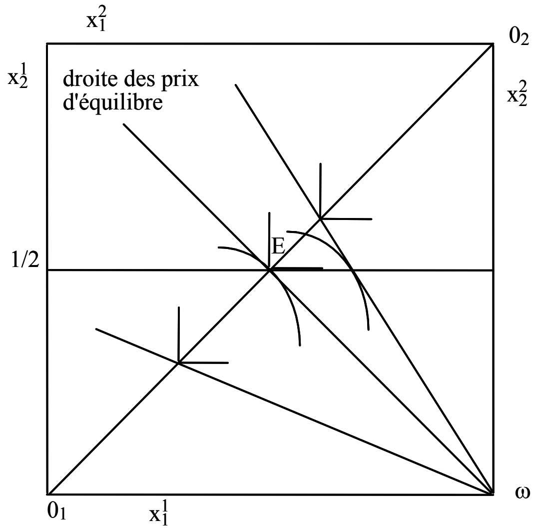


Figure 2.2

2.1.2 Traitement analytique

Plus généralement, on définira l'équilibre concurrentiel dans une économie d'échange par la donnée d'un vecteur de prix p^* non négatifs et de m vecteurs $x^1(p^*), ..., x^m(p^*)$, tels que pour chaque bien k, l'offre soit égale à la demande:

$$\sum_i^m x_k^i = \sum_i^m \omega_k^i, \text{ pour } k = 1, ..., \ell$$

où

$$x_k^i = x_k^i(p_1^*, ..., p_\ell^*) \quad \text{pour} \quad k = 1, ..., \ell \quad \text{et} \quad i = 1, ..., m.$$

Alternativement, on pourrait définir cet équilibre concurrentiel comme la solution en ℓ prix et $\ell\, m$ quantités du système de $\ell + \ell\, m = \ell\,(m+1)$ équations présentées ci-dessus. Nous avons cependant vu que seuls les prix relatifs comptent; ceci vient de l'homogénéité de degré zéro des fonctions de demande et permet de normaliser les prix. Nous avons aussi vu que du fait de la loi de Walras,

$$\sum_k \sum_i p_k \left(x_k^i - \omega_k^i\right) = 0,$$

ces équations ne sont pas indépendantes. En conséquence, le vrai problème est de résoudre $\ell\,(m+1) - 1$ équations indépendantes pour déterminer les $\ell\, m$ quantités x_k^i et les $(\ell - 1)$ prix relatifs. Que peut-on conclure ?

Cela veut dire que ce système peut avoir une solution, mais pas qu'il en ait nécessairement une. Pour assurer l'existence de l'équilibre, il faut recourir à un raisonnement plus difficile, qui ne sera qu'esquissé ici. En gros, il faut d'abord supposer que les fonctions de demande sont continues, ce qui est impliqué par la stricte convexité des surfaces d'indifférence. Du coup, on déduit que les fonctions de demande nettes

$$z_k\,(p) \equiv \sum_i^m \left(x_k^i\,(p) - \omega_k^i\right) \quad k = 1, ..., \ell$$

sont elles-mêmes continues. Du fait, de l'homogénéité des fonctions de demande, on peut normaliser les prix de sorte que $\sum_h^\ell p_h = 1$; on peut de même normaliser les fonctions $z_k(p)$. Du coup, on a affaire à une application continue d'un ensemble normalisé (c'est-à-dire un simplex, ensemble de vecteurs dont la somme des composantes est égale à l'unité) en lui-même. Il existe un théorème, celui de Brouwer, qui garantit l'existence d'une solution, en l'occurence un vecteur de prix d'équilibre. Formellement, le théorème s'énonce comme ceci: soit f une application continue d'un ensemble compact convexe sur lui-même; il existe un point (fixe) x^* appartenant à cet ensemble, et tel que $f(x^*) = x^*$.

Il est facile de donner des illustrations d'économie où il n'y aurait pas d'équilibre. Il suffit d'adopter des préférences non convexes. Par exemple, dans le cas de 2 biens et 2 agents on considère les données suivantes:

$$\begin{aligned} u^i\left(x_1^i\,,\,x_2^i\right) &= \left(x_1^i\right)^2+\left(x_2^i\right)^2 \quad i=1,2 \\ \omega^i &= (2,1)\,. \end{aligned}$$

La boîte d'Edgeworth correspondant à cette économie d'échange est représentée à la Figure 2.3.

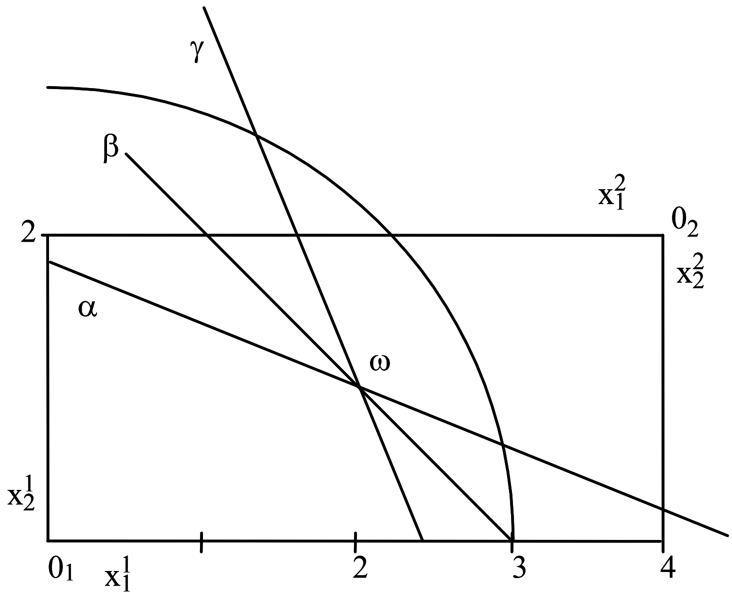


Figure 2.3

Considérons trois systèmes de prix possibles.:

$$\alpha : p_2 > p_1 \ ; \ \beta : p_2 = p_1 \ ; \ \gamma : p_1 > p_2.$$

En α, chaque consommateur ne veut que du bien 1 ; en γ, chaque consommateur ne veut que du bien 2 ; en β, il choisit indifféremment $(3,0)$ ou $(0,3)$. Quelle que soit la combinaison retenue, aucune ne permet la réalisation d'un équilibre.

Mais pourquoi traiter de cette question d'existence? Sur le plan théorique, il serait aberrant de traiter d'un concept si les conditions sous lesquelles on peut démontrer son existence logique paraissent totalement irréalistes. Sur le plan pratique, on peut ainsi justifier l'existence ou la non-existence de certains marchés.

La question de l'évidence n'est pas la seule qui puisse se poser. Il y a aussi celles de l'unicité et de la stabilité qui réclament des hypothèses plus fortes.[1]

Autre question, celle de la manière dont les marchés trouvent leur équilibre. Pour formaliser le mécanisme d'ajustement, on utilise le concept de tâtonnement utilisé par Walras. Sur chaque marché, un commissaire priseur propose un prix; il observe les transactions souhaitées à ce prix. Les prix sont alors modifiés selon le solde enregistré (excès d'offre, excès de demande). Les transactions n'auraient vraiment lieu qu'une fois les prix d'équilibre déterminés par ce mécanisme de tâtonnement.

2.2 Economie d'échange et de production

2.2.1 Traitement analytique

Pour étendre la notion d'équilibre concurrentiel à une économie avec secteur de production, il nous faut tenir compte de deux faits nouveaux. D'une part, aux ressources ω_h détenues initialement par les consommateurs viennent s'ajouter les quantités $y_h = \sum y_h^j(p)$ du bien h que les entreprises ont choisi de produire pour un système de prix p. Par ailleurs, les revenus du consommateur doivent être déterminés en tenant compte qu'ils sont propriétaires des entreprises. Dans une économie de propriété privée, on suppose que le consommateur i a une part θ_{ij} dans le profit de la firme j. Par définition,

$$\sum_i^m \theta_{ij} = 1.$$

Naturellement, pour la plupart des consommateurs $\theta_{ij} = 0$ et certaines entreprises à un seul propriétaire r ont donc $\theta_{rj} = 1$ et $\theta_{ij} = 0, i \neq r$. Dans ces conditions, la contrainte budgétaire du consommateur i s'écrit :

$$\sum_h^\ell p_h x_h^i \leqslant \sum_h^\ell p_h \omega_h^i + \sum_j^n p_h \theta_{ij} \left(\sum_h^\ell p_h y_h^i(p) \right).$$

[1] Si les courbes de demande se croisent plus d'une fois, on a plusieurs équilibres dont certains sont instables.

A nouveau, il nous est possible d'exprimer la demande de ce consommateur en fonction des seuls prix du marché. Au niveau agrégé, on peut dériver les fonctions de demande nettes suivantes:

$$z_h(p) = \sum_i^m x_h^i(p) - \sum_i^m \omega_h^i - \sum_j^n y_h^j(p).$$

En cas de stricte convexité des préférences et des technologies, le théorème du point fixe permet de prouver l'existence d'un équilibre, c'est-à-dire un vecteur de prix p^* et $m+n$ vecteurs x^* et y^* tels que pour tout bien h:

$$z_h^*(p^*) = z_h^*(p^*) - \omega_h - y_h^*(p^*) = 0.$$

En cas de simple convexité, la démonstration est plus complexe. En cas de non-convexité, il peut ne pas y avoir d'équilibre. Notons que lorsque nous utilisons les fonctions d'offre et de demande, nous impliquons qu'au prix du marché chaque consommateur maximise son utilité et chaque producteur, son profit.

2.2.2 Cas simples

Exemple de Robinson Crusoë: un consommateur-producteur

Considérons une économie où la même personne, Robinson, est à la fois un producteur et un consommateur-travailleur. En tant que producteur, il maximise le profit de son entreprise qui transforme du travail en nourriture; comme consommateur, il achète de la nourriture en échange des revenus qu'il tire de son travail (salaire) et de la propriété de cette entreprise (profit). Soit x, la nourriture, ℓ, le travail et $1-\ell$, le loisir; soit aussi une fonction d'utilité:

$$u(x,\ell) = a \log x + (1-a)\log(1-\ell)$$

et une fonction de production :

$$x = f(\ell) = \ell^{1/2}.$$

On normalise le prix de l'output en le posant égal à l'unité; on dénote le salaire w. Le problème pour le producteur est de maximiser son profit:

$$\pi = \ell^{1/2} - w\ell.$$

Cela donne des fonctions d'offre, de demande et de profit :

$$\ell^d(w) = (2w)^{-2}\ , x^0(w) = (2w)^{-1} \quad \text{et} \quad \pi(w) = (4w)^{-1}.$$

Le problème pour le consommateur est de maximiser son utilité sous la contrainte:

$$x = w\ell + \pi(w).$$

On obtient ainsi sa fonction d'offre de travail:

$$\ell^0(w) = a + \frac{a-1}{4w^2}.$$

Le salaire d'équilibre est la solution de l'équation:

$$\ell^0(w^*) = \ell^d(w^*) \quad \text{ou} \quad a + \frac{a-1}{(2w^*)^2} = \frac{1}{(2w^*)^2}.$$

Soit:

$$\begin{aligned} w^* &= \left(\frac{(2-a)}{4a}\right)^{1/2} \ ; \ \pi(w^*) = \frac{1}{4}\left(\frac{(2-a)}{4a}\right)^{-1/2} \\ \ell^* &= 4a/2 - a \ ; \ x^* = \left(\frac{a}{2-a}\right)^{1/2}. \end{aligned}$$

La Figure 2.4. illustre cet exemple pour $a = 0,4$: $w^* = 1, \ell = 1/4, x^* = 1/2$, et $\pi^* = 1/4$.

Si la fonction de production avait une forme linéaire à partir de l'origine, les rendements seraient constants et les profits nuls pour un rapport de prix correspondant à la pente de la fonction de production. On remarque que l'équilibre se fera à ce rapport des prix, les quantités d'output et d'input étant déterminées par le choix du consommateur. Cet équilibre est dénoté par E sur la Figure 2.5.a. A un salaire plus bas, le producteur voudrait produire une infinité, beaucoup plus que le consommateur ne serait disposé à acheter; à un salaire plus élevé, le producteur ne produirait pas alors que le consommateur serait disposé à consommer et à travailler. Sur la Figure

2.5.b., on a représenté un ensemble de production non convexe, qui peut se justifier par la présence de coûts fixes.

Dans ce dernier cas, il n'y a pas d'équilibre concurrentiel. Au taux de salaire correspondant à la pente de la fonction de production, le producteur ferait des pertes et donc préfère ne pas produire. Pour tout autre salaire, le raisonnement ci-dessus s'applique.

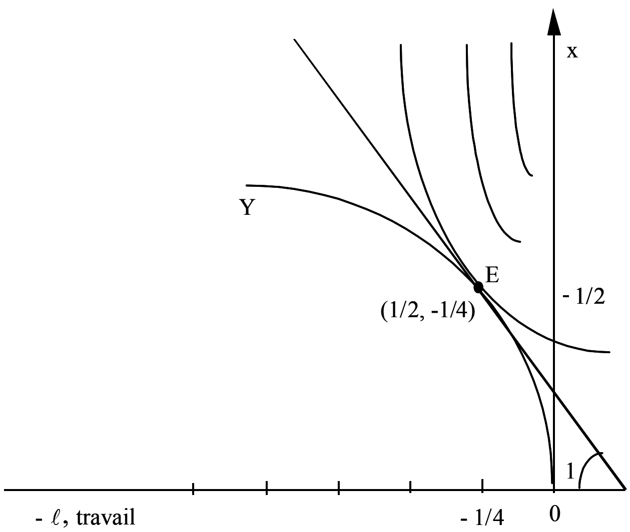
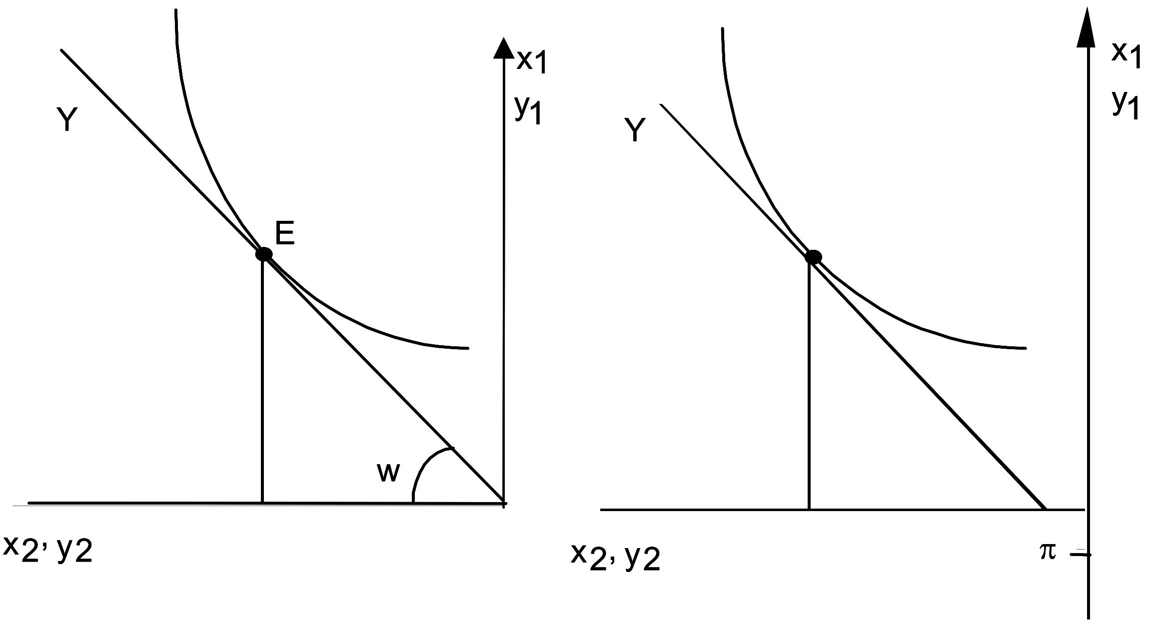


Figure 2.4



Figures 2.5a et 2.5b

Autogestion

Nous avons jusqu'à présent parlé d'économie de propriété privée "capitaliste"; c'est-à-dire que les entreprises sont la propriété des consommateurs et qu'elles sont gérées en vue du profit maximal. Il convient de bien noter qu'il existe d'autres modèles d'organisation de la production. Par exemple, on pourrait considérer comme alternative une économie où la décentralisation des décisions de consommation et de production serait maintenue, les ressources primaires seraient la propriété des consommateurs mais les entreprises appartiendraient aux travailleurs et seraient donc régies par le principe du maximum de la valeur ajoutée par travailleur. Dans l'exemple utilisé ici, l'objectif de la firme serait donc de maximiser :

$$v = p_1 y_1 / \left| -y_2 \right|$$

où $-y_2$ représente le nombre de travailleurs.

Dans les cas à plus de deux biens, il faudrait soustraire de la valeur de la production, la valeur de tous les facteurs autres que le travail.

En fait, on décrit ainsi l'objectif d'une économie autogérée décentralisée. L'objectif est de produire là où la production par travailleur est la plus élevée avec la contrainte qu'elle soit compatible avec les décisions des consommateurs. Un coup d'oeil aux Figures 2.5 a et b indique que l'équilibre ne sera possible qu'en cas de rendements constants et il coïncide alors avec l'équilibre d'une économie concurrentielle capitaliste. En cas de rendements décroissants, la firme autogérée choisit de produire moins que ne le veut le consommateur; en cas de rendements croissants, elle veut produire une infinité. Notons qu'en cas de rendement dominants la firme autogérée souffre d'un biais malthusien. Avec une fonction de production $x = \ell^{1/2}$, la quantité de travail optimale tend vers 0. $\left(Max \;\; \ell^{-1/2} \right)$

Deux consommateurs et deux firmes

On considère maintenant une économie à trois biens et deux consommateurs. Le premier possède une firme qui produit du pain (bien 1) à partir de maïs (bien 3):

$$y_1^1 = 2 \left(-y_3^1 \right).$$

Il consomme soit du pain, soit de la margarine (bien 2) selon un système de préférences représenté par:

$$u^1\left(x_1^1, x_2^1\right) = 0,4 \log x_1^1 + 0,6 \log x_2^1.$$

Le second consommateur possède l'autre firme qui transforme du maïs en margarine selon la technologie suivante:

$$y_2^2 = 3\left(-y_3^2\right)$$

Sa fonction d'utilité s'écrit:

$$u^2\left(x_1^2, x_2^2\right) = 10 + 0,5 \log x_1^2 + 0,5 \log x_2^2.$$

Initialement chaque consommateur possède 10 tonnes de maïs.

On pose le prix du maïs $p_3 = 1$. Comme les rendements sont constants, les profits sont nuls, et les prix $p_1 = 1/2$ et $p_2 = 1/3$. Les demandes s'obtiennent facilement:

$$x_1^1 = \frac{R^1}{p^1}.0,4 = 8 \qquad x_2^1 = \frac{R^1}{p^2}.0,6 = 18$$

$$x_1^2 = \frac{R^2}{p^1}.0,5 = 10 \qquad x_2^2 = \frac{R^2}{p^2}.0,5 = 15.$$

On peut représenter l'ensemble des possibilités de production par la courbe de transformation définie comme:

$$-\omega_3 = y_3^1 + y_3^2$$

et

$$20 = \frac{1}{2}y_1^1 + \frac{1}{3}y_2^2.$$

La pente de la courbe de transformation représente le rapport entre le coût marginal de y_1 et celui de y_2, rapport constant dans ce cas particulier. La production se répartit entre les deux individus en fonction de leur dotation initiale et de sorte que la droite des prix soit tangente à leurs courbes d'indifférence, ce qui est réalisé en E.

Plus généralement, il est possible de présenter la possibilité de production d'une économie, résultant de l'agrégation des ensembles de production des firmes individuelles, par une fonction de transformation :

$$F\left(y_1, ..., y_\ell\right) = 0.$$

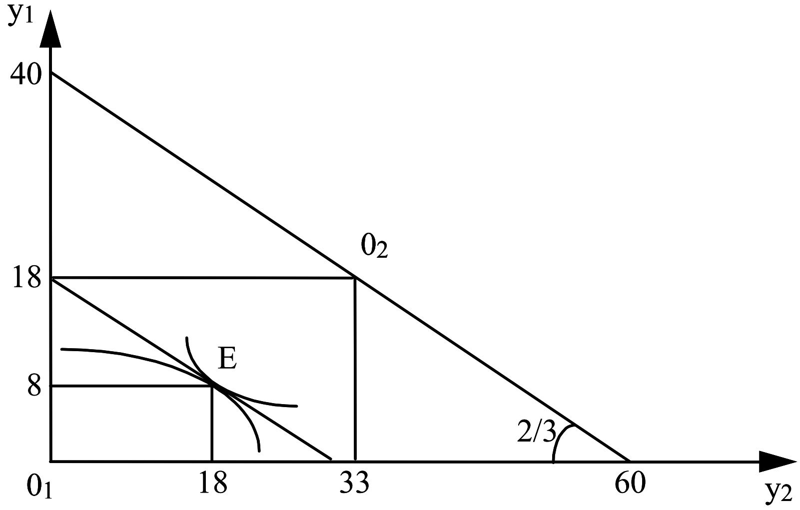


Figure 2.6

On notera que la signification des dérivées premières varie selon qu'il s'agit d'un input ou d'un output.

Ainsi, si h et k sont deux outputs:

$$-F'_h/F'_k = \frac{dy_k}{dy_h}$$

représente le taux marginal de transformation entre ces deux biens.

Si h et s sont respectivement un output et un input:

$$-F'_h/F'_s = \frac{dy_s}{dy_h}$$

représente la productivité marginale de s en termes de h.

Si s et h sont respectivement un input et un output

$$-F'_s/F'_h = \frac{dy_h}{dy_s}$$

représente le coût marginal de s en termes de h.

Enfin, si s et t sont deux inputs,

$$-F'_s/F'_t = \frac{dy_t}{dy_s}$$

représente le taux marginal de substitution technique.

Que retenir de ce chapitre? D'abord, on observe qu'au prix d'équilibre chaque agent, consommateur ou producteur, maximise son objectif, utilité ou profit et que ces décisions décentralisées, non coordonnées, donnent lieu à l'égalité entre demandes et offres. Ensuite, on rappellera qu'à l'équilibre, les producteurs égalisent le prix de chaque output à son coût marginal, le prix de chaque input à la productivité marginale, et les consommateurs, le prix de chaque bien à son utilité marginale.

3

LES DEUX THEOREMES FONDAMENTAUX DU BIEN-ETRE

Dans les chapitres précédents, nous nous sommes limités à l'aspect descriptif des phénomènes de marché concurrentiel. Il existe une branche importante de la théorie économique qui est liée à des préoccupations d'ordre normatif. Peut-on dire que certains états économiques (ensemble de vecteurs de choix des consommateurs et des producteurs) sont meilleurs que d'autres? Quels critères convient-il de mettre en oeuvre pour en juger? Quelles sont les conséquences à en tirer quant à l'organisation des sociétés? C'est à ces questions que s'attacheront ce chapitre et le suivant; elles nous conduisent à traiter de la question du choix social entre divers états de l'économie auxquels donne lieu le jeu combiné des forces du marché et des interventions publiques.

Dans ce chapitre, nous procéderons par étapes successives. D'abord, nous introduirons le concept d'optimum au sens de Pareto et les conditions qui sont requises pour sa réalisation. Nous verrons d'emblée que ces conditions ont un lien de parenté évident avec celles qui résultent du fonctionnement de l'économie au moyen de décisions décentralisées par les prix de marché. Nous serons ainsi amenés, dans une seconde section, à étudier les relations qui existent entre les économies concurrentielles et les états optimaux de l'économie. Ces liens sont décrits au travers des deux théorèmes fondamentaux du bien-être. Le premier théorème indique que généralement l'équilibre de marché est optimal au sens de Pareto. Le second théorème indique dans quelles conditions un optimum au sens de Pareto peut être décentralisable en un équilibre concurrentiel.

3.1 Optimum de production; optimum de distribution; optimum de Pareto

Nous attaquons ici le difficile problème qui consiste à définir un critère de choix entre des états alternatifs de l'économie, qui puisse rassembler un "*consensus*" suffisant.

La première chose à définir, avant le critère de choix, est le domaine dans lequel ce choix s'exerce. Ce domaine est l'ensemble des "états alternatifs" de l'économie. Suivant les hypothèses particulières faites sur l'économie qu'on étudie, on peut distinguer trois domaines de choix principaux :

- Si l'économie étudiée est une économie de pur échange, sans secteur de production, où m agents participent à l'échange de ℓ biens existant globalement en quantités données $(\omega_1, ..., \omega_h, ..., \omega_\ell)$, le domaine des états de l'économie est l'ensemble de toutes les distributions possibles de ces quantités entre le m individus; en d'autres termes, l'ensemble de tous les groupes de m vecteurs à ℓ composantes, tels que, pour chaque composante h, en sommant sur m, on obtienne ω_h.

- Si l'économie étudiée est une économie de pure production, qui ignore les consommateurs et se réfère uniquement aux quantités de biens rendues disponibles par n firmes produisant ℓ biens, le domaine des états de l'économie est l'ensemble de toutes les productions possibles par ces n firmes, qui satisfassent aux contraintes technologiques de leurs fonctions de production et aux contraintes de disponibilité en ressources initiales.

- Si l'économie étudiée est une économie de production, où les biens produits sont consommés par les individus, le domaine des états de l'économie est constitué de l'ensemble des plans de production possibles, et de l'ensemble des distributions correspondant à chacun d'eux.

A chacune de ces situations correspond une définition de l'optimum qui conduit à un ordre partiel sur l'ensemble de ces choix alternatifs.

3.1.1 Optimum de distribution

Dans une économie de pur échange, on peut faire correspondre à chaque distribution de biens existant entre les m individus les vecteurs $(u^p, ..., u^m)$ des utilités que ces individus atteignent si cette distribution est adoptée. On dira qu'une distribution est optimale au sens de Pareto s'il n'en existe pas d'autre qui permette d'augmenter l'utilité d'un individu sans simultanément diminuer celle des autres. On peut donner de cette définition une illustration graphique dans le cas de deux consommateurs et de deux biens. Dans la Figure 3.1 les côtés des rectangles représentent les quantités totales ω_1 et ω_2 disponibles. Un point quelconque du rectangle représente une allocation particulière des biens entre les deux consommateurs.

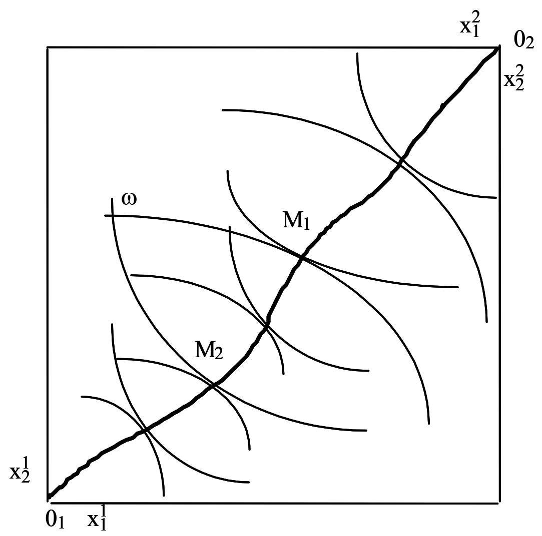


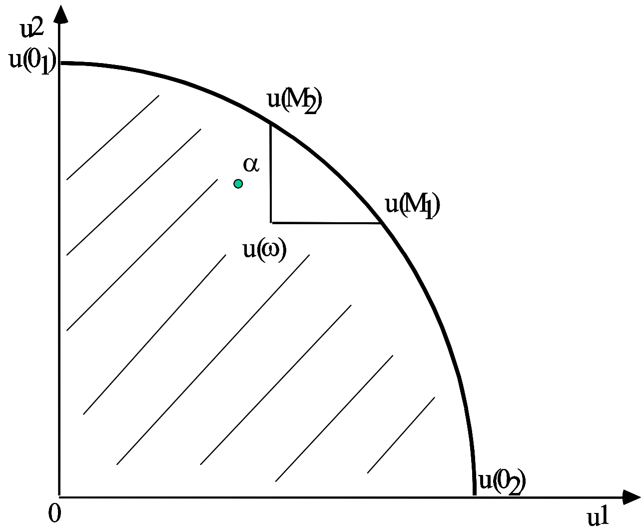
Figure 3.1

On peut remarquer qu'aussi longtemps que la distribution n'appartient pas à la ligne $0_1M_2M_10_1$ il est possible d'améliorer la situation des deux consommateurs (ou d'un seul, sans diminuer le niveau d'utilité de l'autre). Ainsi en $M_1(M_2)$, le consommateur 2(1) est aussi bien qu'en ω alors que l'utilité du consommateur $1(2)y$ est nettement plus élevée.

Dans ce cas particulier où les courbes d'indifférence sont strictement convexes, la propriété caractéristique d'une distribution optimale est d'être un point de tangence entre deux courbes d'indifférence.

Une autre manière d'exprimer la propriété caractéristique d'une distribution optimale est de dire que les pentes des courbes d'indifférence, c'est-à-dire les taux marginaux de substitution entre les deux biens pris en signe opposé, sont les mêmes pour les deux consommateurs.

Il est possible de représenter l'ensemble des vecteurs d'utilité qui correspondent à l'ensemble des distributions possibles sur la Figure 3.2. Le domaine des utilités réalisables est donné par la surface hachurée; l'ensemble des optima de distribution, par la frontière nord-est de cette surface. On retrouve ainsi les vecteurs d'utilité $u(\omega)$, $u(M_1)$, $u(M_2)$ qui correspondent aux vecteurs de consommation ω, M_1, M_2 sur la Figure 3.2.



On observe de suite que l'optimum ainsi défini n'est pas unique. Le critère de Pareto n'est pas suffisamment complet pour nous permettre de distinguer entre des distributions telles que M_1 et M_2 voire 0_1 ou 0_2. De même le point α est observé par $u\left(M_2\right)$, mais ne peut être comparé avec $u\left(M_1\right)$. C'est pourquoi on dit souvent que le critère de Pareto détermine un ordre partiel dans l'ensemble des allocations réalisables. Une telle indétermination pose des problèmes sur lesquels nous reviendrons.

3.1.2 Optimum de production

Dans le cas d'une économie de pure production, on considère le domaine des plans de production possibles et l'on définit entre ces plans une relation d'efficience partielle : un plan de la production est plus efficient qu'un autre s'il permet une plus grande production d'un output sans simultanément diminuer celle d'un autre output. Un plan de production est optimal s'il n'en existe aucun autre techniquement réalisable qui soit plus efficient que lui. Pour illustrer ce concept, nos travaillerons avec un modèle où deux biens de consommation (1 et 2) sont produits par deux firmes à partir de deux ressources primaires (3 et 4) qui sont en quantité limitée (ω_3 et ω_4). On supposera que les fonctions de production sont dérivables:

$$y_1 = g^1\left(-y_3^1, -y_4^1\right) \qquad y_3^1 + y_3^2 + \omega_3 = 0$$

$$y_2 = g^2\left(-y_3^2, -y_4^2\right) \qquad y_4^1 + y_4^2 + \omega_4 = 0$$

et qu'elles sont caractérisées par des isoquantes strictement convexes. On peut représenter l'ensemble des productions possibles au moyen d'un "diagramme en boîte". Sur la Figure 3.3, on représente les isoquantes de y_1 à partir de l'origine 0_1 et celles de y_2 à partir de 0_2. La base et la hauteur de ce rectangle mesurent la quantité totale des facteurs 3 et 4 respectivement.

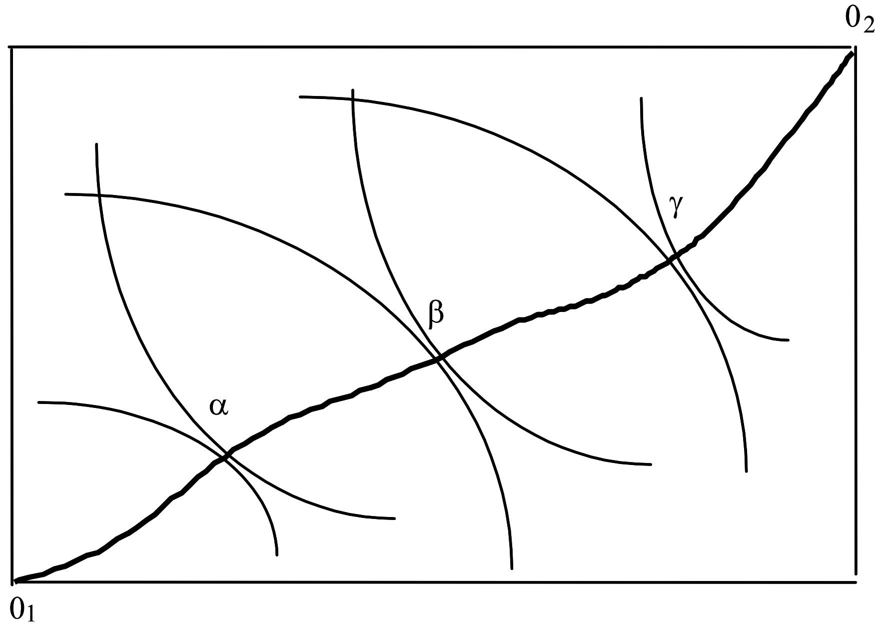


Figure 3.3

Chaque point de ce rectangle est une répartition des facteurs conduisant à un certain niveau de production des deux biens par ces deux firmes. Il est facile de voir que les optima de production se situent sur le lieu de tangence des deux isoquantes. En d'autres termes, il y a optimalité là où les taux marginaux de substitution technique des deux firmes sont égaux. Analytiquement, cette condition s'exprime par :

$$\frac{\partial g^1/\partial y_3^1}{\partial g^1/\partial y_4^1} = \frac{\partial g^2/\partial y_3^2}{\partial g^2/\partial y_4^2}$$

En outre, il est possible de représenter l'ensemble des productions possible dans l'espace des biens 1 et 2. Tout point de cet ensemble représente un point du diagramme en boîte de la Figure 3.3 et la frontière de cet ensemble, la courbe de transformation, représente la ligne $0_1, \alpha, \beta, 0_2$ pour la Figure 3.4.

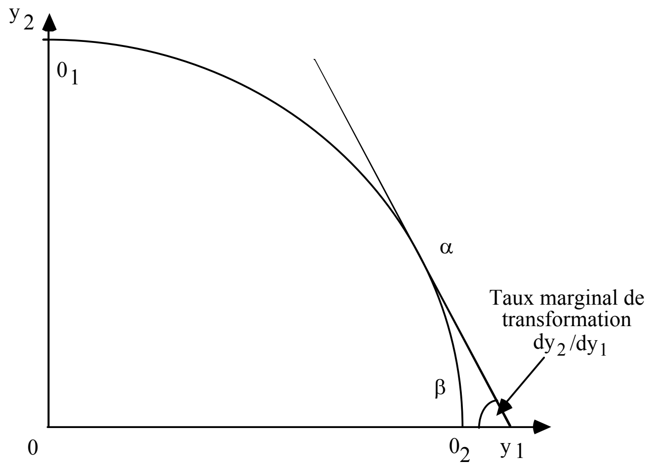


Figure 3.4

En fait cette courbe de transformation peut être dérivée à partir de la maximisation $y_1 + \lambda\, y_2$ où λ est un nombre positif arbitraire, et y_1 et y_2 respectent les contraintes de technologie et de disponibilité de facteurs. Soit:

$$Max\ \ g^1\left(-y_3^1, -y_4^1\right) + \lambda\, g^2\left(\omega_3 + y_3^1,\, \omega_4 + y_4^1\right)$$

Quand il s'agit de production, on parle aussi d'efficience ou d'efficacité productive.

3.1.3 Optimum de Pareto

On ne peut se contenter d'étudier indépendamment les secteurs de production et de la distribution. Il est en effet nécessaire de définir les conditions d'optimalité pour l'économie dans son ensemble. Cette définition, notons-le, est indépendante d'un système institutionnel de propriété de firmes, qu'elles soient contrôlées par les consommateurs, les travailleurs, l'Etat. On définira un Optimum de Pareto comme un état de l'économie (x^*, y^*) réalisable du point de vue des ensembles de production et de consommation tels qu'il n'en existe aucun autre réalisable $(\bar{x}, \bar{y})$ pour lequel on aurait pour tout consommateur $u\left(\bar{x}^i\right) \geqslant u\left(x^{*i}\right)$ et qu'une au moins de ces inégalités soit stricte. *"Quand un état réalisable n'est pas un optimum, il est possible par des modifications appropriées dans les productions et les consommations de mieux satisfaire les préférences d'au moins un consomma-*

teur sans satisfaire moins celles de tous les autres; quant un état réalisable est un optimum, une meilleure satisfaction des préférences d'un consommateur se fait nécessairement aux dépens de la satisfaction des préférences d'un autre" (G. Debreu, *Théorie de la valeur,* p. 99).

Il est possible de dériver les conditions de l'optimum de Pareto au travers d'une maximisation sous contrainte. En effet, si les valeurs $\left(x_h^{*i}, y_h^{*i}\right)$ constituent un optimum de Pareto, cela veut dire qu'il n'est pas possible d'augmenter l'utilité du consommateur 1 en maintenant constante l'utilité des consommateurs $2, 3, ..., m$. On représentera la technologie des n firmes par une fonction de production implicite $F^j\left(y^j\right)$ et les paramètres de Lagrange par des lettres grecques placées à côté des contraintes auxquelles ils sont associés. Un optimum de Pareto se définit donc comme le :

$$Max \;\; u^1(x^1) \text{ sous la contrainte:}$$

$$(\mu_h) \qquad \sum x_h^i = \sum y_h^j + \omega_h \qquad h = 1, ..., \ell$$

$$(\nu_j) \qquad F^j\left(y_1^j, ..., y_\ell^j\right) = 0 \qquad j = 1, ..., n$$

$$(\lambda_i) \qquad u^i\left(x^i\right) = u^i\left(\bar{x}^i\right) \qquad i = 2, ..., m$$

A partir des conditions de premier ordre, on obtient les relations suivantes pour toute paire h, k de quantités consommées par les consommateurs i, utilisées ou produites par les firmes j.

$$\frac{\partial u^i/\partial x_h^i}{\partial u^i/\partial x_k^i} = \mu_h/\mu_k \qquad \text{pour tout } i \tag{1}$$

$$\frac{\partial F^j/\partial y_h^j}{\partial F^j/\partial y_k^j} = \mu_h/\mu_k \qquad \text{pour tout } j \tag{2}$$

$$\frac{\partial u^i/\partial x_h^i}{\partial u^i/\partial x_k^i} = \frac{\partial F^j/\partial y_h^j}{\partial F^j/\partial y_k^j} \qquad \text{pour tout } i \text{ et tout } j \tag{3}$$

On retrouve ainsi les conditions d'optimalité pour la distribution, à savoir l'égalité entre les taux marginaux de substitution pour les consommateurs. Pour les producteurs, on a la même égalité mais on parle de taux de substitution technique (s'il s'agit d'inputs) et de transformation (s'il s'agit d'outputs).

En combinant (1) et (2), on obtient (3), la condition générale d'optimalité à la Pareto: le taux marginal de transformation, égal pour toutes les firmes, doit être aussi égal au taux marginal de substitution commun à l'ensemble de tous les consommateurs.

On obtient une représentation géométrique des conditions de l'opti mum de Pareto en revenant à une économie à deux biens, deux facteurs et deux consommateurs. Sur la Figure 3.5, on représente la courbe de transformation de la Figure 3.4; c'est-à-dire le lieu des combinaisons de produits y_1 et y_2 efficaces du point de vue des deux firmes. A chaque point de cette courbe, correspond une mise à la disposition des consommateurs d'une quantité des deux biens. L'ensemble des possibilités de répartition de ces deux biens est fournie par la boîte d'Edgeworth correspondante. Le point E constitue un optimum de Pareto.

En effet, le point E est un état réalisable du point de vue de la production et de la consommation. En outre, il est tel que les taux marginaux de substitution des deux consommateurs sont égaux entre eux, et égaux au taux marginal de transformation,de sorte que les conditions requises pour un optimum de Pareto sont satisfaites.

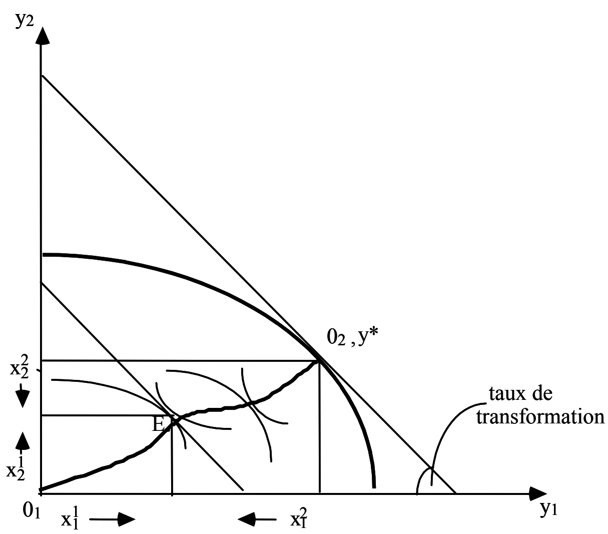


Figure 3.5

Figure 3.6.

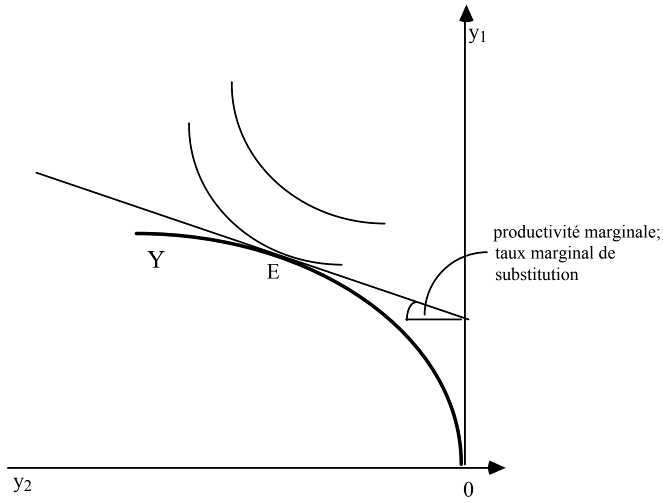


Figure 3.6

Une autre illustration d'optimum de Pareto en production et en consommation peut être représentée avec l'exemple de Robinson sur la Figure 3.6.

Sur cette Figure 3.6, le point E est un optimum de Pareto. Il est réalisable et tel que le taux de substitution du seul consommateur est égal à celui du seul producteur. Comme la paire de biens est faite d'un output et d'un input, on parle plutôt de productivité marginale ou de coût marginal.

3.2 Equivalence entre optimum de Pareto et équilibre concurrentiel.

Nous venons de définir et de caractériser les états consistant en m vecteurs x_i et n vecteurs y_j réalisables qui peuvent être qualifiés d'optimaux au sens de Pareto. Nous avons aussi, dans le chapitre précédent, défini les états qui pouvaient être atteints au travers du marché concurrentiel. Le moment est venu de faire le pont entre ces deux concepts. On peut en effet montrer qu'un équilibre de concurrence est optimal au sens de Pareto et qu'à tout optimum de Pareto, on peut associer un équilibre de concurrence.

Nous ne démontrerons pas ces deux propositions fondamentales; nous nous contenterons de les illustrer et d'en expliquer la portée.

3.2.1 Tout équilibre concurrentiel se réalise en un optimum de Pareto.

Nous avons défini l'équilibre concurrentiel par un vecteur de prix tel que le choix optimal de tout consommateur l'amenait à égaliser, pour toute paire de biens, son taux marginal de substitution au rapport des prix de ces biens et le choix optimal de tout producteur l'amenait à égaliser, pour toute paire de biens ou de facteurs, son taux marginal de substitution ou de transformation, à ce même rapport de prix. En conséquence, pour toute paire de biens, le taux de substitution est le même pour tous. Et cette propriété est bien celle d'un optimum de Pareto.

Que ce soit dans un diagramme en boîte ou dans l'exemple de Robinson, il est facile de montrer que tout équilibre concurrentiel coïncide avec un optimum de Pareto. On notera que cette proposition ne requiert ni la différentiabilité ni la stricte convexité; elle est donc très générale. Sur la Figure 3.7 nous représentons un équilibre concurrentiel E dans un cas où les courbes d'indifférence sont linéaires et les solutions sont de coin. E est bien un optimum de Pareto, dont l'ensemble est donné par les droites 0_1AEB0_2. (En fait, il existe une infinité d'équilibres concurrentiels, représentés par AEB).

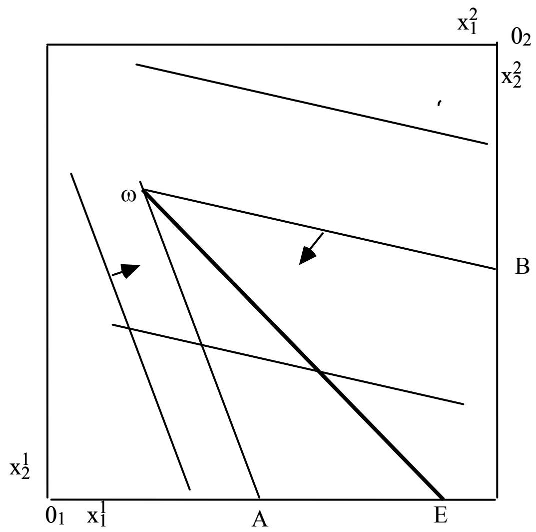


Figure 3.7

Sur la Figure 3.8, ni l'ensemble de production, ni le système de préférences ne sont convexes; il existe cependant un équilibre concurrentiel E qui est aussi un optimum de Pareto (unique dans ce cas).

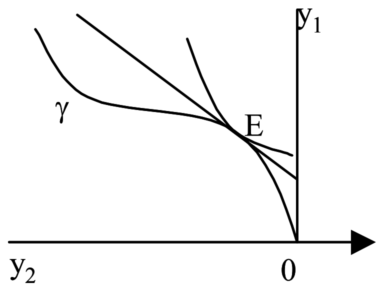


Figure 3.8

Cette première proposition est donc générale[1]; elle formalise l'idée de "main invisible". Elle soulève néanmoins des problèmes d'équité. En effet, l'optimum de Pareto ainsi obtenu peut être très injuste; il dépend en fait entièrement de la distribution initiale en ressources. En outre, on remarquera que lorsque nous écrivons que l'équilibre de marché est optimal au sens de Pareto, on fait allusion à un équilibre très théorique: il n'y a pas d'externalités, de biens collectifs, d'imperfections de marché, etc. Nous reviendrons sur ce point.

3.2.2 Tout optimum de Pareto peut être obtenu comme position d'équilibre de marchés concurrentiels par un choix approprié de dotations initiales

Cette proposition peut s'illustrer aisément dans une économie d'échange. Considérons le point E, équilibre de marché correspondant à la dotation initiale ω sur la Figure 3.9. Supposons que pour des raisons d'équité, on lui préfère un point P. Il est facile de montrer que ce point P peut être obtenu par le mécanisme de marché suite à une redistribution de dotations allant de ω à ω'.

Cette proposition s'appuie sur des hypothèses beaucoup plus fortes que les précédentes; en fait, elle requiert des hypothèses très semblables aux hypothèses suffisantes pour l'existence d'un équilibre. Par exemple, la convexité est nécessaire, ainsi qu'il apparaît sur les

[1] Elle repose sur des hypothèses relativement faibles, dont la plus importante est la monotonicité stricte des préférences (non-saturation).

figures 3.10 a, b et c où le point P dénote un optimum de Pareto qui ne peut être obtenu par une économie de marché concurrentiel;

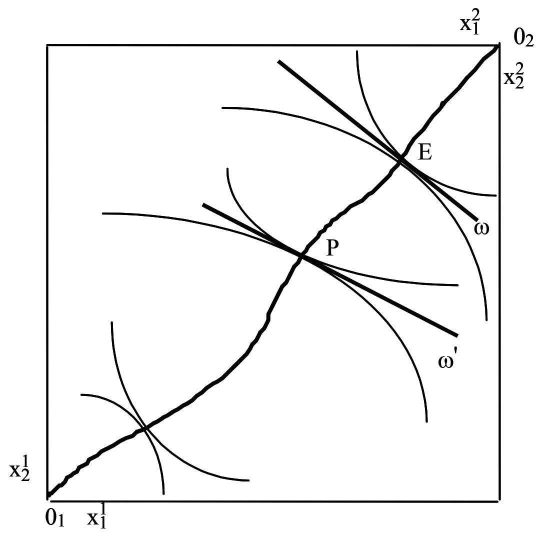


Figure 3.9

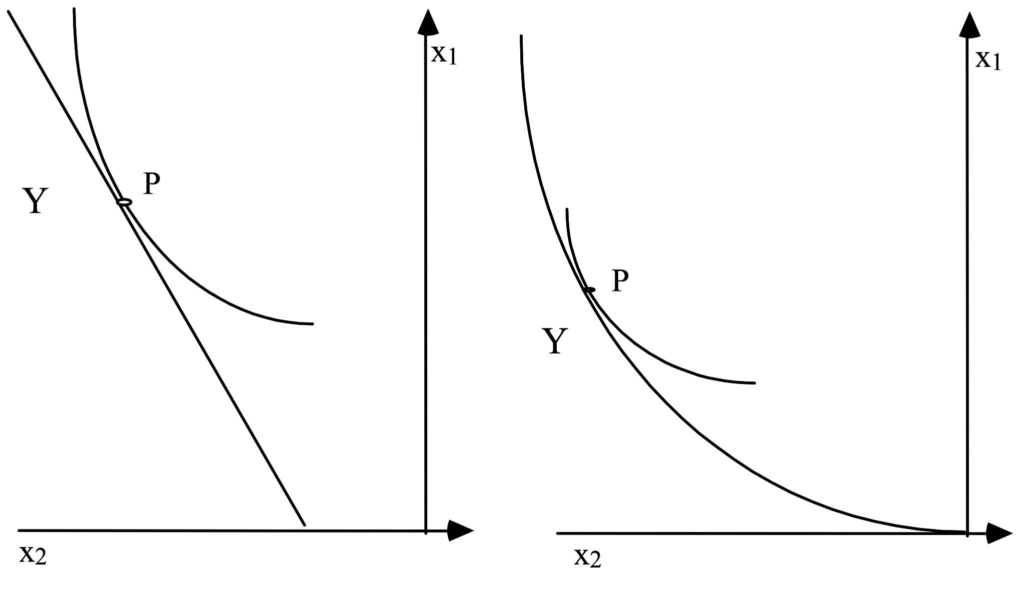


Figure 3.10 a et b

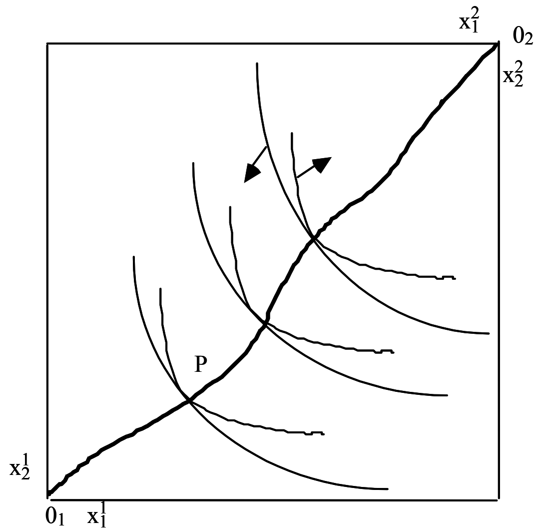


Figure 3.10 c

Nous avons vu plus haut que si (x^*, y^*) était un optimum de Pareto, se trouvaient vérifiées les égalités suivantes:

$\dfrac{\partial u^i/\partial x_h^i}{\partial u^i/\partial x_k^i} = \dfrac{\mu_h}{\mu_k}$ pour tout consommateur i et toute paire de biens h, k.

$\dfrac{\partial F^j/\partial y_h^j}{\partial F^j/\partial y_k^j} = \dfrac{\mu_h}{\mu_k}$ pour tout producteur j et toute paire de biens ou facteurs h, k.

Ces μ_h et μ_k sont les multiplicateurs de Lagrange associés à la détermination d'un optimum de Pareto particulier. Considérons les comme les prix des biens h et k. Il est clair que sur base de ces prix, chaque consommateur maximiserait son utilité pour une certaine répartition des ressources initiales et chaque producteur maximiserait ses profits, ces mêmes conditions seraient vérifiées.

Cette proposition appelle deux remarques complémentaires. D'abord, il est rassurant de savoir que tout optimum de Pareto, et l'on pense ici à une règle de choix social qui nous permettra d'en élire un, différent de celui auquel conduit la présente distribution des ressources, peut être atteint par un mécanisme concurrentiel avec tous les avantages que ce système présente en termes d'économies d'information. Ensuite, il convient de se rendre compte que la redistribution des ressources à laquelle il est fait allusion doit se faire sans perte d'efficience. Qu'entend-on par cela? Supposons que la redistribution se fasse au moyen d'une taxation des revenus du travail et du capital et qu'une telle taxe ait des effets désincitatifs sur l'offre de ces facteurs. Le travail et l'épargne fortement taxés diminueraient par rapport à la situation initiale, au "profit" de la consommation et du loisir, conduisant éventuellement à un rétrécissement des possibilités de production.

Pour illustrer la deuxième proposition, reprenons l'exemple du chapitre précédent. Avec une distribution initiale de ressources $\omega_3^1 = \omega_3^2 = 10$, l'équilibre concurrentiel se traduit par les montants de consommation et les niveaux d'utilité suivants:

$$\begin{aligned} x_1^1 &= 8\,,\, x_2^1 = 18 \;\; u^1 = 0,4 \log 8 + 0,6 \log 18 = 1,1144 \\ x_1^2 &= 10,\, x_2^2 = 16 \;\; u^2 = 1 + 0,5 \log 10 + 0,5 \log 15 = 2,088. \end{aligned}$$

Pour d'autres dotations on aurait:

ω^1	ω^2	u^1	u^2
20	0	$1,4144$	$-\infty$
19	1	$1,3944$	$1,088$
18	2	$1,3744$	$1,388$
15	5	$1,2944$	$1,788$
10	10	$1,1144$	$2,088$
5	15	$0,8144$	$2,268$
2	18	$0,4144$	$2,348$
1	19	$0,1144$	$2,368$
0	20	$-\infty$	$2,388$

En effet, on peut écrire:

$$u^1 = 0,4 \log 0,8 + 0,6 \log 1,8 + \log \omega_3^1 = 0,1144 + \log \omega_3^1$$

$$u^2 = 1 + 0,5 \; [\log 1 + \log 1,5] + \log \omega_3^2 = 1,088 + \log \omega_3^2.$$

Si l'on veut égaliser les niveaux d'utilité, on calcule les dotations qui le permettent. Soit:

Figure 3.12.

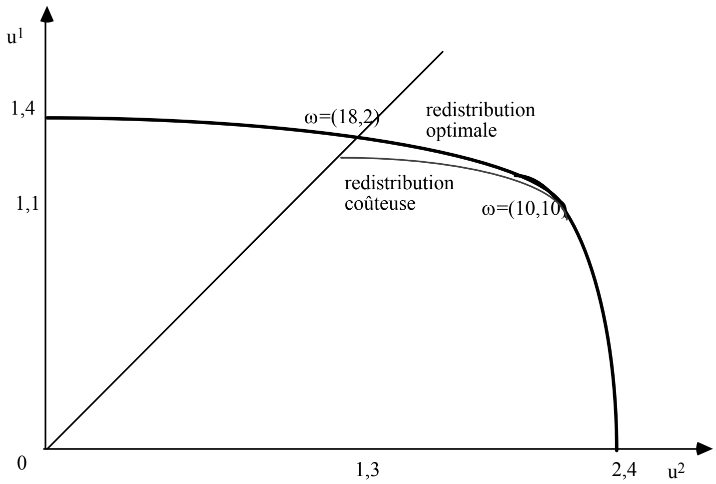


FIGURE 3.1.

$$0,1144+\log\,\omega_3^1 = 1,088 + \log\,\left(20-\omega_3^1\right)$$

$$e^{9,7}=\frac{\omega_3^1}{20-\omega_3^1}\therefore \omega_3^1 = 18\,,\,\omega_3^2=2.$$

Il se pourrait cependant que cette redistribution se fasse avec coût . La personne dont on confisque une partie des ressources peut décider de modifier son comportement de façon à en réduire la quantité totale. Si, par exemple, les 10 unités de maïs provenaient du travail de la terre, elle pourrait décider que suite à cette confiscation, elle travaillerait moins. On peut encore égaliser les niveaux d'utilité mais cela se fera à l'intérieur de la frontière des utilités, c'est-à-dire de façon inefficiente. On se trouve ainsi au coeur du conflit entre équité et efficacité.

Au départ on avait:

$$\begin{aligned} u^1 &= 0,1144+\log\,10 \\ u^2 &= 1,088+\log\,10. \end{aligned}$$

Supposons que tout prélèvement de T entraîne un coût social (une perte) de $\frac{T^2}{4}$.

L'égalisation des utilités implique:

$$u^1 = u^2$$

ou

$$\begin{aligned} & 1,088 + \log\left[10 - T\left(1 - \frac{T}{4}\right)\right] \\ = \quad & 0,1144 + \log\left[10 + T\right]. \end{aligned}$$

Vous verifiez de suite que l'utilité sera inférieure à celle que l'on obtient avec une redistribution forfaitaire.

Une redistribution sans coût implique en fait que la taille du gâteau initial, la surface de la boîte d'Edgeworth dans une économie de pure distribution, ne diminue pas. L'instrument le plus souvent invoqué pour pareille distribution est la taxation forfaitaire (*lump sum tax*) par exemple la capitation qui est imposée indépendamment de variables telles que la consommation, le travail, l'épargne et qui du coup n'incite pas les agents économiques à modifier leur comportement.

Le second théorème du bien-être montre que le marché permet d'atteindre n'importe quelle allocation efficace. Ainsi, même ceux parmi nous qui trouvent la distribution des revenus inégalitaires peuvent se tourner vers le marché pour réaliser un optimum, une fois que la redistribution qu'ils souhaitent a été effectuée. C'est d'ailleurs la position adoptée par les tenants du "socialisme de marché", au nombre desquels on peut compter Léon Walras lui-même.

Il est donc très important d'examiner le bien-fondé des hypothèses de ces deux théorèmes. Notons tout d'abord qu'ils supposent qu'il existe un jeu complet de marchés. Cette hypothèse est particulièrement forte quand on prend en compte l'intertemporel et l'incertain: il devient alors difficile de s'appuyer sur un ensemble complet de marchés à terme et de marchés contingents, et c'est probablement impossible en présence d'asymétries d'information ou de coûts de transaction. Le premier théorème ne s'applique plus dans une telle économie.

A côté du problème soulevé par l'asymétrie d'information, dans le Chapitre 5, nous traiterons de quatre autres problèmes qu'il est convenu de qualifier de défaillance du marché.

Dans certains cas, l'usage d'un bien par un consommateur n'interdit pas aux autres agents de le consommer. On parle alors de biens publics.

On a supposé implicitement jusqu'ici que l'utilité du consommateur i ne dépendait que de sa propre consommation x_i, et que le profit du producteur j ne dépendait que de son plan de production y_j. Tel n'est plus le cas en présence d'effets externes comme la pollution.

L'hypothèse de convexité des ensembles de production qui soustend le deuxième théorème est particulièrement forte, puisqu'elle interdit toute forme de rendements croissants dans la production. Or, c'est ce qui caractérise de nombreuses entreprises publiques.

Enfin, on peut remettre en cause à des titres divers l'hypothèse de concurrence pure et parfaite qui nous a permis de définir les demandes et les offres concurrentielles.

Nous verrons dans le Chapitre 5 que ces défaillances du marché peuvent en théorie être palliées par une intervention adéquate du gouvernement. Certains étudiants en déduisent un peu rapidement que, dans une telle situation, le gouvernement doit intervenir. Cette conclusion est un peu rapide, comme le savaient déjà les économistes classiques:

It does not follow that whenever laissez faire *falls short, government intervention is expedient; since the inevitable drawbacks of the latter may, in any particular case, be worse than the shortcomings of private enterprise* (Sidgwick, 1887).

Ainsi donc, l'existence de défaillances du marché ouvre la voie à une intervention du gouvernement destinée à la corriger. Mais en fonction de quels objectifs le gouvernement doit-il agir? Chaque consommateur-électeur a ses propres références, et il est rare qu'une décision gouvernementale fasse l'unanimité. Nous posons ce problème d'agrégation des préférences sous sa forme la plus générale dans le prochain chapitre qui est aussi consacré à l'analyse cooût-bénéfices, un domaine plus appliqué dont l'objet est d'évaluer l'intérêt social d'une décision gouvernementale donnée. Mais avant, nous concluons ce chapitre sur deux autres équivalences.

Autres équivalences

Nous avons dans les deux théorèmes du bien-être étudié l'équivalence qui pouvait exister entre équilibre concurrentiel dans une économie de propriété privée et optimalité au sens de Pareto. Il existe d'autres équivalences en équilibre général. Ainsi, avons-nous vu que dans le long terme représenté par les rendements constants, il y avait équivalence entre équilibre de marché avec propriété privée et équilibre de marché avec production autogérée. Du coup, on peut affirmer que dans ce cas, la formule d'autogestion est optimale au sens de Pareto.

Dans une économie d'échange à deux biens et à deux agents, décrite sur la Figure 3.12, la ligne $0_1 0_2$ représente l'ensemble des optima de Pareto et E, l'équilibre concurrentiel correspondant à des dotations de départ ω. Mais pourquoi les deux agents concernés choisiraient-ils E? N'y a-t-il pas d'autre formule d'échange dont la restriction serait la rationalité des agents: ils n'acceptent l'échange que si leur niveau d'utilité ne diminue pas. Ceci nous conduit au concept de noyau emprunté à la théorie des jeux, qui regroupe les allocations résultant de n'importe quel processus de décision et d'interaction individuelles sous réserve que les agents agissent rationnellement. Sur la Figure 3.12, le noyau est représenté par le segment AB, il comprend E, l'équilibre concurrentiel et appartient tout naturellement à l'ensemble des optima de Pareto.

En dehors du marché, on peut imaginer que les agents au travers de coalitions s'entendent sur une solution. L'ensemble de ces solutions qui sont acceptées par toutes les coalitions possibles est précisément le noyau. On a pu montrer que, lorsque le nombre d'agents tend vers l'infini, le noyau se confond avec l'équilibre concurrentiel.

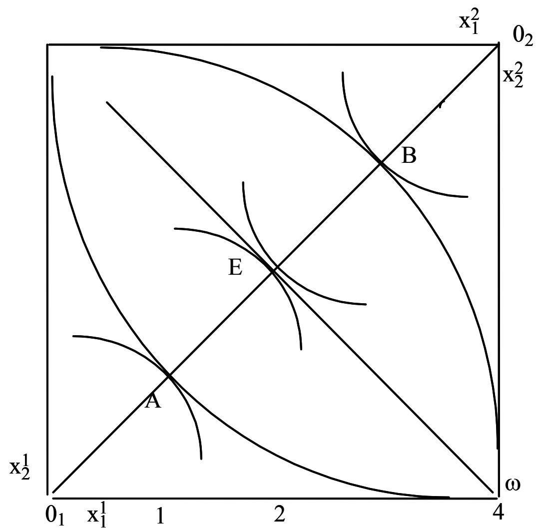


Figure 3.12

Sur la Figure 3.12, $\omega = (4,4)$ et $u = x_1 + x_2 + 2\,(x_1.x_2)^{1/2}$ pour les deux agents. Prenons le point A qui appartient au noyau. L'agent 1 y consomme $(1,1)$ et l'agent 2, $(3,3)$. Supposons qu'il y ait deux agents 1 et deux agents 2, auquel cas la dotation totale est $(8,8)$. On peut montrer qu'une coalition formée par les deux agents 1, et un agent 2 peut bloquer A.

Ancienne allocation	Nouvelle allocation
Agent 1 $(1,1)$ $u = 4$	$(1,5,\ 1)$ $u = 2,5 + 2\sqrt{1,5}$
Agent 2, $(3,3)$ $u = 12$	$(5,2)$ $u = 7 + 2\sqrt{10}$

La coalition ne consomme pas plus que sa dotation totale $(8,4)$. L'agent 2 laissé pour compte réagira et proposera une autre solution et se retrouvera sur la droite AB au-dessus de A. Si le nombre d'agents de deux types augmente, la solution sera E.

Formellement, on définit le noyau comme l'ensemble des imputations possibles qui ne sont bloquées par aucune coalition et on définit par blocage, le fait qu'une imputation puisse être rejetée par un groupe d'agents coalisés qui en proposent une autre possible, dans laquelle ils se trouvent mieux tout en respectant les contraintes de ressources de la coalition.

3.3 Illustration d'une application du second théorème du bien-être

3.3.1 Optimum de premier rang

3 biens: consommation x_1^i, x_2^i ; y_1, y_2
production ω_3^i ; ω_3

2 consommateurs:

$$\begin{aligned} u^1 &= 4 + \ln\, x_1^1 + 4 \ln\, x_2^1 \\ u^2 &= \min\, \left[x_1^2, x_2^2\right] \end{aligned}$$

$$x_1^1 = \frac{R^1}{5p_1} \quad ; \quad x_2^1 = \frac{4R^1}{5p_2}$$

$$x_1^2 = x_2^2 = \frac{R^2}{p_1 + p_2}$$

1 producteur:

$$\varphi(y_1, y_2, \omega_3) = 0$$

$$y_1 + 5y_2 = \omega_3$$

$$\therefore \quad p_1 = p_3 = 1,\ p_2 = 5$$

$$\begin{aligned} \omega_3^1 &= \alpha\omega_3 \quad ; \quad \omega_3^2 = (1-\alpha)\,\omega_3 \\ R^1 &= \alpha\omega_3 \quad ; \quad R^2 = (1-\alpha)\,\omega_3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u^1 &= 0.558 + 2\ln\ \alpha + 2\ln\ \omega_3 \\ u^2 &= \frac{(1-\alpha)\,\omega_3}{6}. \end{aligned}$$

Si $\omega_3 = 20$,

$$\begin{aligned} u^1 &= 6.55 + 2\ln\ \alpha \\ u^2 &= (1-\alpha)\,3.33. \end{aligned}$$

		u^1	u^2
$\alpha =$	0.1	1.95	3
	0.16	2.80	2.8
	0.2	3.34	2.66
	0.3	4.15	2.33
	0.4	4.73	2
	0.5	5.17	1.66
	0.6	5.62	1.33
	0.7	5.84	1
	0.8	6.10	0.66
	0.9	6.35	0.33
	1.0	6.55	0

Equilibre initial:

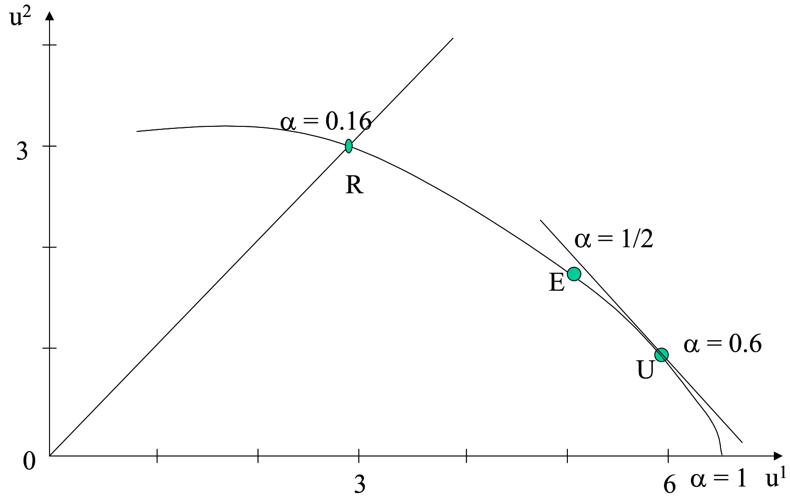
$$\alpha = 1/2$$

Maximum utilitariste:

$$\begin{aligned} Max \quad u^1 + u^2 &= 6.55 + 2\ln\alpha + (1-\alpha)\,10/3 \\ \therefore \qquad & \alpha = 0.6 \end{aligned}$$

Egalité des utilités (Rawls):

$$\alpha = 0.16$$



3.3.2 Optimum de second rang

Supposons maintenant que la redistribution des ressources initiales se fasse à une certain coût. Par exemple, il y a une certaine déperdition quadratique dans le transfert.

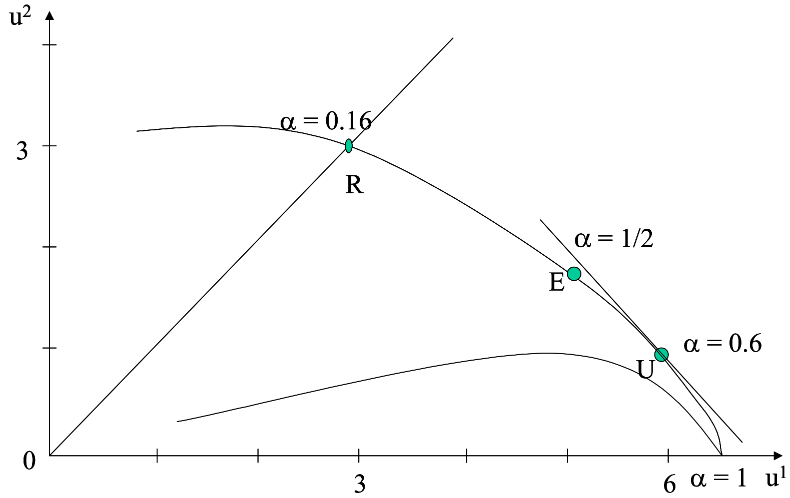
On part d'une situation où l'individu 1 possède tout. Il est soumis à une taxe de taux τ; l'individu 2 ne reçoit pas τ mais $\tau(1-\tau) = \tau - \tau^2$.

Appelons le revenu disponible R^i,

$$R^1 = 20(1-\tau) \quad \text{et} \quad R^2 = \tau(1-\tau)\,20.$$

$$\begin{aligned} u^1 &= 0.558 + 2\ln\ 20(1-\tau) \\ u^2 &= \frac{\tau(1-\tau)\,20}{6}. \end{aligned}$$

Graphiquement, on a une courbe donnant les optima de second rang.



		R^1	R^2	u^1	u^2	
$\tau =$	0	20	0	6.55	0	(Eq. initial)
	0.1	18	1.8	6.35	0.30	(Utilitariste)
	0.2	16	3.2	6.10	0.53	
	0.3	14	4.2	5.84	0.7	
	0.4	12	4.8	5.62	0.8	
	0.5	10	5	5.17	0.83	(Rawls)
	0.6	8	4.8	4.75	0.8	
	0.7	6	4.2	4.15	0.7	
	0.8	4	3.2	3.34	0.53	
	0.9	2	1.8	1.95	0.30	

Solution utilitariste:

$$Max \quad u^1 + u^2 = 0.558 + 2\ln 20 + 2\ln(1-\tau) + \frac{\tau(1-\tau)\,20}{6}$$

$$\tau = 0.13$$

Solution rawlsienne:
$Max \;\; u^2$:

$$\tau = 0.50.$$

Il n'est pas surprenant que l'utilité de l'individu 2 vienne à baisser lorsque τ excède 1/2. La courbe de Laffer attend son sommet là où

$\tau = 1/2$. Ici le transfert social s'écrit:

$$R^2 = \left(\tau - \tau^2\right) 20$$

et est maximisée lorsque

$$(1 - 2\tau)\, 20 = 0.$$

4
CHOIX COLLECTIFS

4.1 La difficulté des choix collectifs

Ce chapitre essaie avant tout d'apporter des éléments de réponse à la question suivante: face à un ensemble de possibilités donné, comment la société peut-elle faire une "bonne" décision? Tout économiste élevé dans la tradition néo-classique pensera d'abord à sélectionner un optimum de Pareto. Le critère d'efficacité paretienne a en effet l'avantage majeur qu'il est pratiquement indiscutable: toute allocation Pareto-dominée entraîne un gaspillage de ressources, et il y aurait unanimité dans la société pour s'en écarter. Le "principe de Pareto" consiste précisément à préférer une allocation A à une allocation B si A domine B au sens de Pareto. Malheureusement, ce critère ne constitue qu'un ordre très partiel. La position considérée comme orthodoxe en économie a longtemps été de s'en tenir là, tout autre critère de choix risquant de faire intervenir des comparaisons entre personnes dont le statut est fragile. Un choix méthodologique aussi rigide rendait les prescriptions des économistes peu convaincantes.

A la fin des années 30, le principe de Pareto a été souvent complété par le *principe de compensation*, ou *critère de Hicks-Kaldor*. Le principe de compensation énonce que A doit être préférée à B si en partant de A et en effectuant des transferts forfaitaires, on peut atteindre une allocation C qui domine B au sens de Pareto. Le principe de compensation ne définit qu'un ordre très partiel; par ailleurs, il est beaucoup plus discutable que le principe de Pareto: les transferts forfaitaires sont difficilement praticables.[1]

Par ailleurs, ces principes ne comprennent aucune notion d'équité: par exemple, l'allocation où l'un des consommateurs s'arroge toutes les ressources de l'économie est toujours un optimum de Pareto. Une solution consiste à s'intéresser aux allocations $(x_1, ..., x_n)$ qui vérifient:

$$\forall i, j \qquad U_i(x_i) \geqslant U_i(x_j)$$

si bien qu'aucun consommateur n'envie l'allocation d'un autre consommateur. On dit d'une telle allocation qu'elle est *sans envie*. Ce concept incorpore une certaine idée de justice, mais n'implique évidemment pas l'optimalité. Il faut pour cela se restreindre aux allocations "équitables", qui sont à la fois sans envie et Pareto-optimales.

Il est facile de voir que les équilibres walrassiens obtenus en partant de l'allocation *égalitaire* sont des allocations équitables. En effet, soit $(p, x_1, ..., x_n)$ un tel équilibre et soient deux consommateurs i et j. Si les préférences ne sont pas saturées, on a:

$$p.x_i = p.x_j = p.\frac{\sum \omega_i}{n};$$

si bien que x_j est un choix possible pour i. On doit donc avoir $U_i(x_i) \geqslant U_i(x_j)$, et l'équilibre est sans envie. Le premier théorème du bien-être implique qu'il est également Pareto-optimal et donc équitable.

Existe-t-il d'autres allocations équitables? La réponse est décevante. Par ailleurs la notion d'allocation sans envie ne permet pas de définir un ordre.

Peut-on aller plus loin? Cette question se décompose en deux sous-problèmes:

[1] L'exemple qui vient à l'esprit est celui de la concurrence fiscale entre, par exemple, la Belgique et le Luxembourg. Si l'on pouvait passer de l'équilibre non coopératif actuel à un équilibre coopératif et donc optimal au sens de Pareto, le Luxembourg perdrait. Cependant, le gain pour la Belgique serait tel qu'elle pourrait compenser le Luxembourg pour sa perte.

- Il faut tout d'abord parvenir à définir une préférence collective, et c'est le problème de l'*agrégation des préférences*.

- Il convient ensuite de réunir l'information nécessaire pour mettre en oeuvre l'optimum de cette préférence collective.

Prenons un exemple pour illustrer cette dichotomie. C'est celui d'une élection dans laquelle m candidats se disputent un poste. Dans le cas où $m = 2$, il est facile de voir que le vote à la majorité simple, qui consiste à élire a de préférence à b si le nombre d'électeurs qui préfèrent a à b est supérieur au nombre de ceux qui préfèrent b à a, est une procédure qui a de bonnes propriétés: elle ne conduit aucun électeur à manipuler son vote, et on ne peut guère faire mieux si (comme c'est toujours le cas dans une élection) on se refuse à faire usage d'informations concernant l'intensité des préférences des électeurs. Les choses se compliquent quand $m > 2$. On pourrait penser à étendre la procédure de vote à la majorité simple en classant tous les candidats suivant leurs performances dans des tournois les opposant deux à deux; ainsi, a serait classé devant b si le nombre d'électeurs qui préfèrent a à b est supérieur au nombre de ceux qui préfèrent b à a. Malheureusement, cette procédure aboutit souvent au fameux *paradoxe de Condorcet* (1785), aussi appelé paradoxe électoral: il est très possible que cette procédure conduise à une situation où a est préféré à b, qui est préféré à c, alors que c est lui-même préféré à a. Le classement obtenu n'est donc pas un ordre puisqu'il n'est pas transitif, ce qui rend impossible de trouver le choix socialement optimal. Ce phénomène n'a rien de pathologique; supposons par exemple qu'il y ait trois candidats et vingt-et-un électeurs, que huit électeurs aient l'ordre de préférences $a > b > c$, sept l'ordre $b > c > a$ et six l'ordre $c > a > b$. On vérifiera que ces préférences engendrent un paradoxe de Condorcet. On peut montrer que si les préférences des électeurs entre les candidats sont tirées au hasard uniformément, alors la probabilité d'un paradoxe électoral est d'environ 0.09 quand il y a trois candidats et un très grand nombre d'électeurs. Cette probabilité augmente bien sûr avec le nombre de candidats.

L'exemple récent le plus célèbre d'un paradoxe de Condorcet renvoie à l'élection présidentielle de 1974 en France. Les trois candidats favoris étaient alors Chaban-Delmas, Giscard d'Estaing et Mitterand. Lorsqu'ils étaient opposés en duels (pour les sondeurs), Mitterand battait Chaban-Delmas, qui battait Giscard d'Estaing, lequel battait Mitterand. Le paradoxe électoral était donc patent et posait problème à la majorité de l'époque, qui risquait de voir son candidat favori (Chaban-Delmas) l'emporter au premier tour et être défait par Mitterand au deuxième tour, alors même que l'outsider Giscard d'Estaing l'aurait emporté.

Le vote à la majorité simple n'est pas la seule procédure qui entraîne des difficultés lorsqu'il y a plus de candidats. Considérons par exemple la procédure de classement suggérée par Borda (1781), selon laquelle chaque électeur peut attribuer 1 point à son candidat favori, 2 au second, etc., et les candidats sont classés dans l'ordre décroissant du nombre de points qu'ils ont recueillis. Notons que cette procédure est exactement celle qui est suivie dans nombre de compétitions sportives, par exemple pour le Championnat du Monde de Formule 1 ou l'attribution du maillot vert dans le Tour de France. L'inconvénient de la *méthode de Borda* est que le classement relatif de a et de b peut dépendre du classement de c par rapport à eux. Ainsi, si Schumacher a trois points d'avance sur Hill avant le dernier Grand Prix de la saison, leur classement final dépendra du fait que Berger ou Alesi parvient ou non à battre l'un des deux. Par ailleurs, le fait qu'un tiers candidat se retire de l'élection peut modifier le classement social de a et de b. Techniquement, la méthode de Borda viole un axiome que nous appellerons plus loin l'indépendance des choix non-pertinents. Toutes les autres méthodes que vous pouvez imaginer (organisation de primaires, scrutins à deux tours,) possèdent elles aussi leurs inconvénients. C'est une conséquence du célèbre théorème d'Arrow.

4.2 Le théorème d'Arrow

Nous considérons le problème très général suivant. L'ensemble des choix possibles est noté A. Il y a n agents $i = 1, ..., n$. On adopte la notation traditionnelle en ce domaine pour représenter les préférences individuelle (avec entre parenthèses la notation plus usuelle).

$$a \, R_i \, b \text{ si } i \text{ aime au moins autant } a \text{ que } b \quad (U_i(a) \geqslant U_i(b)).$$

Le problème de l'agrégation des préférences consiste à passer du vecteur (*profil*) des préférences individuelles $R = (R_1, ..., R_n)$ à une préférence collective $\hat{R}$ sur A. On appellera *fonction de bien-être social* (FBES) la fonctionnelle $\hat{R} = f(R)$.

Arrow a imposé à toute FBES une série de conditions qui lui semblaient naturelles. Ces conditions sont au nombre de quatre:

1. pour tout $R, f(R)$ doit être un préordre (et doit donc notamment être transitif);
2. critère de Pareto (aussi appelé d'unanimité): si $\forall i\, a\, R_i\, b$, alors $a\, R\, b$;
3. *DU* (domaine universel): $f(R)$ doit être défini pour tout profil R imaginable;
4. $ICNP$ (indépendance des choix non-pertinents) le choix social entre a et b ne doit dépendre que des préférences individuelles entre a et b.

La condition 1 paraît bien naturelle. Le critère de Pareto ne paraît pas non plus discutable: si tous les individus préfèrent a à b, on ne voit pas comment la collectivité pourrait être d'un avis opposé. La condition 3 renvoie au désir de conserver une grande généralité au modèle: on n'a *a priori* aucune idée particulière de la nature des préférences individuelles, et la FBES doit donc fournir une réponse universellement applicable. L'axiome d'indépendance 4 est le plus compliqué à énoncer, mais la discussion de la méthode de Borda montre pourquoi un tel axiome est nécessaire: en son absence, des phénomènes imprévus et peut souhaitables peuvent se produire.

Enfin, on dira qu'une FBES est dictatoriale si elle produit systématiquement les préférences d'un individu, quel que soit le profil des préférences individuelles.

Nous pouvons maintenant énoncer le *Théorème d'Arrow* (qui est souvent appelé *General Possibility Theorem* dans la littérature anglo-saxonne):

Théorème d'impossibilité. *Si A a au moins 3 éléments, toute FBES vérifiant les conditions 1 à 4 est dictatoriale.*

La conclusion du théorème est évidemment très décevante. La question qui va nous préoccuper maintenant est la possibilité d'affaiblir les hypothèses du théorème afin d'invalider sa conclusion.

Notons tout d'abord que si a n'a que deux éléments, alors le vote à la majorité simple satisfait à toutes les conditions d'Arrow. Il paraît peu souhaitable d'affaiblir le principe de Pareto : une FBES qui inverserait des choix unanimes serait bien peu satisfaisante.

L'axiome ICNP a été très discuté. Malheureusement, les tentatives qui ont été faites pour en trouver une version plus faible sont souvent très techniques et n'ont pas conduit à grand-chose. Sa suppression totale rétablirait l'existence de FBES non-dictatoriales, mais celles-ci souffriraient des inconvénients signalés plus haut. Par ailleurs, on peut le remplacer par un axiome de monotonie assez naturel (qui énonce que si le classement de x s'améliore dans tous les R_i, alors il ne peut pas empirer dans $f(R)$ sans modifier la conclusion du théorème d'Arrow. Une meilleure façon de prendre en considération l'intensité des préférences consiste à les supposer comparables, comme nous le verrons plus bas.

L'affaiblissement de l'hypothèse de domaine universel est plus intéressant. Il est très possible que dans certaines situations, on dispose d'une information *a priori* sur les préférences individuelles des agents. Il convient alors d'exploiter cette information. L'exemple le plus célèbre, qui remonte à Black (1948), concerne les préférences unimodales. Supposons que tous les individus soient d'accord pour arranger les choix possibles sur un axe unidimensionnel, et que chaque individu ait des préférences unimodales sur cet axe.

On peut par exemple penser à des préférences politiques quand les candidats se classent naturellement de l'extrême-gauche à l'extrême droite. Dans ces conditions, on peut montrer que le vote à majorité simple conduit à un ordre social qui est bien transitif (le paradoxe de Condorcet ne peut donc apparaître avec de telles préférences), et que cet ordre s'identifie en fait aux préférences de l'électeur médian — celui dont le candidat favori est médian sur l'axe parmi les candidats favoris de tous les agents. Il faut aussi que le nombre d'individus soit impair pour qu'on puisse définir un agent médian unique. Notons que cette FBES n'est pas dictatoriale: en effet, l'électeur médian varie suivant les préférences individuelles, et il n'y a donc pas de dictateur qui soit toujours suivi dans ses choix.

Ce résultat positif et encourageant, mais il laisse subsister (au moins) deux problèmes. Le premier est que la règle de vote à la majorité simple est bien moins séduisante dans les problèmes redistributifs que dans les contextes électoraux. Considérons par exemple le partage d'un gâteau entre trois agents i, j et k qui ne s'intéressent qu'à leur part propre. Dans l'état social a, i et j ont chacun 40 % du gâteau et k en a 20 %. Dans l'état b, on a enlevé 10 % du gâteau à k et on les a partagés entre i et j. De toute évidence, b est préféré à a selon un vote à la majorité simple. Pourtant, cette conclusion ne paraît pas équitable: k, qui était déjà le plus mal loti sous a, a été encore appauvri sous b ... Il est intuitivement clair que le vote à la majorité simple n'est pas une bonne solution dans ce contexte, alors même que les préférences sont triviales.

Par ailleurs, il faut se souvenir que les conditions d'Arrow ne constituent qu'un ensemble d'exigences très minimal. On pourrait, par exemple, souhaiter préserver les droits individuels en laissant à chaque individu le choix final dans certaines circonstances considérées comme appartenant à son domaine réservé. Ainsi, chaque individu (au moins chaque célibataire!) devrait pouvoir décider seul de dormir sur le dos ou sur le ventre. Malheureusement, il n'existe pas de *libéral Parétien*: aucune FBES (même si on la veut seulement acyclique) ne satisfait à la fois la condition de domaine universel, le principe de Pareto et cette nouvelle condition de libéralisme. Sen en donne un exemple fondé sur *L'amant de Lady Chatterley* (ci-après ALC). Concentrons sur deux agents, A qui est très prude, et B qui est un libertin, et sur trois situations possibles :

- x: seul A lit ALC
- y: seul B lit ALC
- z: ni A ni B ne lisent ALC.

A, étant très prude, préfère que personne ne lise ALC; mais si quelqu'un doit le lire, il préfère que ce soit lui plutôt que B, qu'il juge bien trop influençable. B aimerait lire ALC, mais il aimerait encore plus que ce soit le prude A qui le lise et s'en horrifie. Les préférences sont donc:

- pour A: $z \succ x \succ y$
- pour B: $x \succ y \succ z$.

Par ailleurs, le libéralisme suggère qu'on ne peut pas forcer A à lire ALC, ni B à ne pas le lire: A est décisif sur (z, x) et B l'est sur (y, z).

Dans cet exemple, le principe de Pareto impose que $x \succ y$ au niveau social, tandis que le libéralisme impose $z \succ x$ et $y \succ z$; les préférences sociales sont donc cycliques.

Il apparaît en fait que dans les situations économiques qui nous intéressent le plus directement, il est difficile de parvenir à des résultats positifs quand les préférences individuelles sont ordinales et non-comparables. La voie que nous allons maintenant suivre consiste à enrichir l'information disponible sur les préférences des individus et à adopter une FBES fondée sur des préférences cardinales comparables. Nous nous plaçons ici dans une perspective *welfariste*, où seules les utilités importent, sous des hypothèses assez faibles, on peut alors représenter comme une fonction de bien-être social de Bergson-Samuelson $SW = W(U_1, ..., U_n)$. Le problème consiste alors à étudier les restrictions que W doit satisfaire.

4.3 Bien-être social utilitariste et rawlsien

Lorsque les préférences sont cardinales et comparables, une même transformation affine croissante des U_i doit également s'appliquer à U. Il n'existe alors qu'une seule famille de FBES qui vérifie les conditions d'Arrow: la famille utilitariste, qui est donnée par:

$$U = \sum_i \pi_i \, u_i$$

où les π_i possèdent les propriétés d'un vecteur de probabilités. Si on exige en plus que la FBES choisie soit anonyme, alors la seule solution est $U = \sum_i u_i$. On retrouve ainsi le résultat d'Harsanyi (1955), qui le justifiait en invoquant un contrat social passé sous un "voile d'ignorance" avant que les agents ne connaissent leur identité. Il est alors rationnel pour les agents de s'intéresser à l'espérance de leur utilité. En ce sens, le critère de Rawls (dont la théorie se rattache également à l'école du contrat social) correspond à un cas où les agents sont infiniment averses au risque. Ceci nous amène à adopter le point de vue de la justice.

4.3.1 L'utilitarisme

Les théories de la justice modernes se définissent souvent par référence (ou par opposition) à l'utilitarisme, qui remonte aux écrits de Jeremy

Bentham à la fin du dix-huitième siècle et était la doctrine dominante des économistes classiques jusqu'à John Stuart Mill au moins. L'hypothèse de base de l'utilitarisme est ce qu'on appelle le "welfarisme": il existe un indice unique mesurant le bien-être, appelé "utilité", par personne et par état du monde. La tâche du gouvernement est simplement de maximiser cette somme sous contrainte de rareté.

L'utilitarisme fait l'objet de nombreuses critiques. La première consiste à lui reprocher de traiter les pauvres et les riches de manière symétrique et d'abandonner ainsi toute optique redistributive. Cette critique n'est pas tout à fait exacte. Supposons ainsi que les individus ne tirent d'utilité que de leur revenu R_i, que la masse des revenus soit fixée à R et que les indices d'utilités soient concaves. Alors l'utilitarisme requiert l'égalité des utilités marginales $u_i'(R_i)$. Si en plus les indices d'utilité de tous les individus coïncident, alors les revenus doivent être tous égalisés, ce qui correspond évidemment à la taxation la plus progressive possible.

Une deuxième critique de l'utilitarisme est qu'il privilégie les individus qui transforment facilement leurs incréments de revenu en utilité. Supposons par exemple que l'utilité $u_i(R_i) = u(R_i, \alpha_i)$ ne dépende de i que par un paramètre α_i. Un α_i élevé correspond à une grande capacité à transformer le revenu en utilité. Alors il est facile de voir que l'égalisation des utilités marginales du revenu conduit à donner à chaque individu i un revenu qui croît en son paramètre α_i. Cela ne paraît pas juste; considérons un handicapé qui a du mal à transformer un franc de revenu supplémentaire en utilité parce que, par exemple, ses capacités à consommer du loisir sont réduites. Alors son α_i sera faible et l'utilitariste lui assignera un revenu plus faible qu'aux valides.

Autre critique: l'hypothèse d'un indice d'utilité unique est réductrice, elle ne permet pas de prendre en compte les libertés et les droits de l'homme... Au nom de l'utilitarisme comme d'ailleurs du vote majoritaire, on peut adopter l'apartheid ou le goulag.

4.3.2 Le principe de différence de Rawls

Le livre que John Rawls a publié en 1971 est devenu la pierre d'angle de tous les débats récents sur la justice sociale. Rawls se place dans le cadre de ce qu'il appelle la "situation originelle" et qui correspond plus ou moins à l'état de nature chez Rousseau, avant même que les individus n'aient conclu un contrat social. La contribution originale qu'apporte Rawls à cet égard est l'idée du "voile d'ignorance": dans la situation originelle, chaque individu ignore qui il est et quelle sera sa place dans la société; il ignore même de quelles richesses et de quels talents il héritera. Dans de telles circonstances, Rawls affirme que chaque individu voudra d'abord que lui soient garantis les droits et libertés élémentaires, d'où le premier principe suivant lequel chaque individu doit avoir accès au système de libertés le plus étendu qui soit compatible avec un système identique pour les autres individus.

Pour aller plus loin, Rawls pose qu'il existe des "biens primaires" (le revenu évidemment, mais aussi des variables de niveau supérieur comme l'accès aux postes de responsabilité) sur les quels on peut définir un indice d'utilité ordinal mais comparable entre individus. Comme les individus sont tous identiques dans la situation originelle, Rawls affirme dans un premier temps qu'ils souhaiteront égaliser ces utilités. Toutefois, l'égalisation totale des utilités de bien primaires risque d'avoir des effets désincitatifs qui éloigneront la société d'un optimum de Pareto, et il peut donc être souhaitable de tolérer certaines inégalités si elles profitent aux plus désavantagés. C'est le second principe, plus souvent appelé "principe de différence".

En termes mathématiques, Rawls justifie donc le "critère maximim", selon lequel la fonction d'utilité de la société est donnée par:

$$U(x) = \min_{i=1,\ldots,m} U_i(x_i)$$

A titre d'illustration, considérons un problème de taxation optimale. Les individus ne diffèrent que par leur productivité marginale w, qui coïncide avec leur salaire en concurrence parfaite et qui est réparti dans la population suivant une loi uniforme sur $[0,1]$. Leur utilité est $u(y,\ell) = \left(y - \ell^2/2\right)$, où ℓ est leur travail et y leur revenu, et $y = w\ell$.

Le gouvernement met en place un impôt linéaire $T(y) = ty - a$ purement redistributif. Comment doit-il choisir les paramètres t et a? Notons d'abord que face à cet impôt l'individu w résout

$$\max_t \ (w\ell - (tw\ell - a)) - \frac{\ell^2}{2},$$

ce qui donne $\ell(w) = w(1-t)$ et une utilité ????????? $v(t,a) = \dfrac{w^2(1-t)^2}{2} + a$. L'individu w paie donc une taxe

$$T(w) = (1-t)tw^2 - a$$

Pour que l'impôt soit purement redistributf, il faut que son bilan soit nul, c'est-à-dire qu'on ait

$$\int_0^1 T(w)\,dw = 0 \quad \text{ou} \quad a = t(1-t)\,Ew^2$$

d'où on tire $a = t(1-t)/3$. L'utilité indirecte de l'individu w devient

$$v(w) = w\ell(w) - (tw\ell(w) - a) - \frac{\ell(w)^2}{2} = w^2\frac{(1-t^2)}{2} + \frac{t(1-t)}{3}.$$

Un gouvernement Rawlsien choisirait t de manière à maximiser l'utilité indirecte du moins avantagé, soit

$$\max_t \min_w v(w)$$

qui donne $t = 1/2$ (et non $t = 1$ comme on pourrait le penser *a priori*: un impôt trop confiscatoire dissuaderait les plus productifs de travailler et réduirait donc la masse de revenus à redistribuer). En revanche, un planificateur utilitariste chercherait à maximiser l'espérance de l'utilité indirecte, soit

$$\max_t \int_0^1 v(w)\,dw$$

qui donne $t = 0$, si bien que le gouvernement renonce à mettre en place l'impôt. Ce dernier résultat est très dépendant des hypothèses, et serait modifié si on introduisait des objectifs redistributifs. Néanmoins, la conclusion que l'approche de Rawls conduit à une taxation plus progressive reste assez généralement vraie : les plus pauvres (jusqu'à $\sqrt{2/3}$ ici) préfèrent l'impôt Rawlsien et les plus riches l'impôt utilitariste.

On pourrait résumer l'argumentation de Rawls sur l'allocation des biens primaires comme suit :

- l'héritage (de richesses et de talents) est moralement arbitraire

- les inégalités sociales qui en découlent doivent donc être abolies

- mais pour préserver l'optimalité parétienne, l'égalité complète doit être remplacée par le critère maximin.

Plusieurs auteurs se sont attachés à critiquer ce raisonnement. Sen et Harsanyi, par exemple, ont attaqué certaines de ses conséquences. Le critère maximin aboutit à sacrifier un accroissement important de bien-être de cinq milliards d'individus s'il nuit un tant soi peu au plus désavantagé, ce qui paraît un peu extrême.

Par ailleurs, l'argument selon lequel les individus, dans la situation originelle ne pourront tolérer aucune inégalité semble supposer qu'ils se projettent automatiquement à la place du plus désavantagé, ce qui dénote un comportement infiniment riscophobe qui ne semble pas correspondre à la réalité.

On reproche à Rawls de ne pas laisser une grande part au libre arbitre : sa conclusion découle assez directement de l'idée que les individus ne sont pas moralement responsables de leur place dans la société. Certains auteurs anglo-saxons ont voulu réintroduire la responsabilité des individus dans le cadre général défini par Rawls. Ils distinguent les circonstances moralement arbitraires, parmi lesquelles ils continuent à classer l'héritage de richesses et de talents, et les libres choix des individus, qui comprennent leurs efforts, et même leurs goûts dans la mesure où ceux-ci relèvent au moins en partie d'un choix. Le critère maximin reste de rigueur en ce qui concerne les circonstances moralement arbitraires; en revanche, on peut parfaitement tolérer des inégalités qui seraient dues aux libres individuels.

Il convient de citer également les travaux de Sen qui refuse l'idée de Rawls qu'on peut définir une utilité intercomparable pour les biens primaires. Sen critique la tendance des théories précédentes à se focaliser sur un groupe restreint de variables. Il s'inspire de la littérature sur les droits positifs pour définir un ensemble de *functionings*: être bien nourri, bien éduqué, en bonne santé... L'ensemble des *functionings* accessibles à un individu constitue son *capability set*, qui est donc multidimensionnel. Sen soutient que c'est sur l'égalisation (à l'efficacité près) des *capability sets* que doit se fonder la théorie de la justice sociale. En pratique, il conviendrait de définir un index qui tiendrait compte à la fois des *functionings* (qui décrivent le bien-être d'un individu) et des *capabilities* (dans la mesure où la liberté de choix a une valeur intrinsèque[2]. Une telle tâche peut paraître hors de portée. Néanmoins, la théorie de Sen a l'avantage d'insister sur la diversité des individus, qui fait que certains ont plus de difficulté que d'autres à transformer une allocation de biens primaires en bien-être, dans la mesure par exemple où ils sont handicapés ou ont un statut social inférieur. Ainsi, il convient de donner un revenu supérieur aux handicapés qu'aux valides, puisque leurs autres *functionings* sont réduits par leur handicap.

L'approche de Sen a des conséquences pratiques très importantes; par exemple, elle suggère que les mesures habituelles de l'incidence de la pauvreté la sous-estiment largement, puisqu'elles ne prennent en compte que l'insuffisance des revenus et que les autres handicaps (de santé par exemple) sont bien plus répandus parmi les pauvres que parmi les riches. Les Nations Unies se sont d'ailleurs largement inspirées de Sen pour définir leur Indicateur de Développement humain, qui pondère des statistiques de richesse, mais aussi d'alphabétisation et de santé publique pour réaliser un classement des pays du monde qui diffère notablement du classement habituel fondé sur le PIB par habitant.

4.4 L'analyse coûts-bénéfices et le surplus du consommateur

Comment évaluer la valeur sociale d'un projet public? Le Canal Rhin-Rhône doit-il être construit? Doit-on interdire l'amiante dans les constructions? Pour un économiste, toutes ces questions relèvent de l'analyse coûts-bénéfices. Mais le plus souvent, les coûts sont facilement mesurés alors que les bénéfices sont beaucoup plus difficile à appréhender.

On a souvent besoin en économie de calculer la variation du bien-être des agents quand les prix se modifient. Pour les entreprises, cela ne pose aucune difficulté particulière: si $\pi(p)$ est le profit d'une entreprise quand les prix sont p, soit

$$\pi(p) = \max_{y \in Y} p.y$$

[2] Sen entend par là qu'un individu dont le choix préféré est a bénéficie de la possibilité de choisir b, même s'il ne le choisira jamais: la plupart des gens préfèrent qu'il y ait une élection plutôt que l'instauration d'une dictature de leur candidat préféré.

alors on peut dire sans ambiguïté que son bien-être passe de $\pi(p)$ à $\pi(p')$ quand les prix varient de p à p'.

Les choses ne sont plus aussi simples pour les consommateurs. Une idée naturelle consisterait à dire que le bien-être du consommateur est donné par son utilité. Mais on ne connaît pas cette utilité; ce que l'on connaît c'est sa fonction de demande. Peut-on passer de la demande à l'utilité? C'est ce que tente de faire le concept de surplus du consommateur moyennant certaines hypothèses.

Considérons un bien x vendu au prix $\bar{p}$.

Pour le consommateur individuel, on représente son niveau de satisfaction nette par la différence entre la surface (l'intégrale) délimitée par la courbe de demande jusqu'en $\bar{x}$ et le prix qu'il paie pour cette quantité $\bar{x}$; soit donc le triangle S.

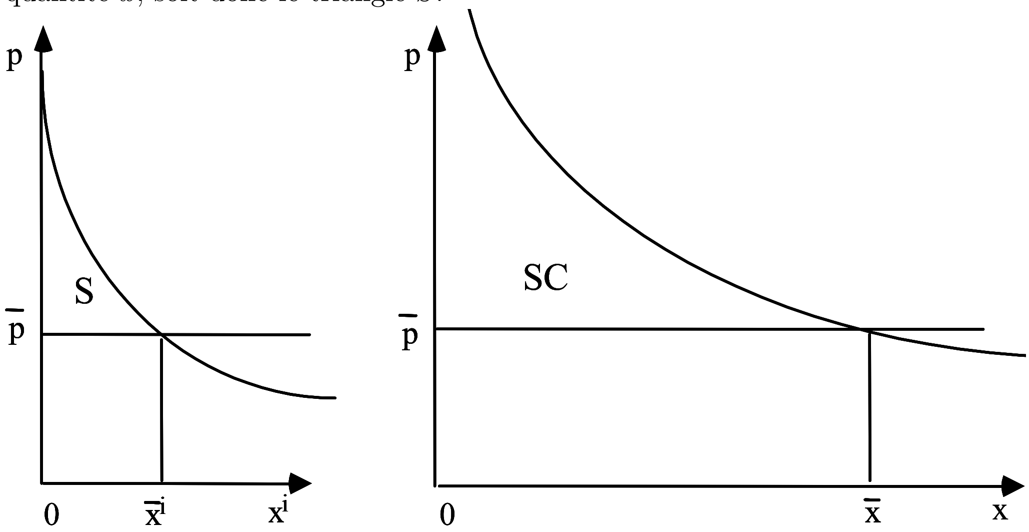


Figure 4.1 a et b

Ce triangle est qualifié de surplus du consommateur en ce sens qu'il représente ce que le consommateur aurait été prêt à payer en plus du prix $\bar{p}$ pour obtenir la quantité $\bar{x}^i$. Par extension, on représente l'utilité sociale de $\bar{x}$ par le triangle SC délimité par la courbe de demande de marché. Il convient cependant de se rendre compte de ce que mesurer l'utilité sociale de la sorte implique plusieurs hypothèses.

L'aire hachurée sous la courbe de demande représente ce que le consommateur est prêt à payer pour $\bar{x}^i$, c'est-à-dire l'utilité en termes monétaires qu'il attribue à cette quantité. Rappelons en effet qu'à l'équilibre, on a la condition

$$\frac{\partial u^i}{\partial x^i} = \lambda^i p\left(x^i\right)$$

où λ^i dénote l'utilité marginale du revenu et $p\left(x^i\right)$ la fonction inverse de demande. Pour autant que λ^i soit constante, le triangle S représente $\lambda u\left(\bar{x}\right) = \int_0^{\bar{x}} p\left(x\right) dx$ l'utilité exprimée en termes monétaires dont on doit soustraire $\bar{p}\bar{x}$, la dépense effectuée pour se procurer $\bar{x}$. Pour passer au niveau agrégé, il faut recourir à une fonction d'utilité sociale $W\left[u^1, ..., u^m\right]$. Dérivons W par rapport au bien x:

$$\sum_i W_i' \lambda^i p\left(x^i\right).$$

On voit de suite que l'aire triangulaire SC de la Figure 4.1-b représente la valeur monétaire de l'utilité sociale si:

$$W_i' \lambda^i = \text{constante pour tout } i : 1, ..., m.$$

Or cette condition n'est vérifiée qu'au départ d'une situation optimale au sens de la fonction W. En d'autres termes, le calcul du surplus du consommateur au moyen d'une demande de marché risque d'ignorer le fait que l'unité monétaire peut avoir une valeur sociale variant d'un individu à l'autre (par exemple, plus élevée pour un individu pauvre que pour un individu riche).

On parle aussi de surplus à propos de profits des producteurs. Sur la Figure 4.2, l'aire sous la courbe d'offre représente leur coût total de production. L'aire hachurée SP représente donc le montant de leurs profits au prix $\bar{p}$. Le surplus total est défini comme la somme des surplus des consommateurs et des producteurs. Il est maximisé lorsque le prix est égal au coût marginal de production, comme par exemple sur un marché concurrentiel.

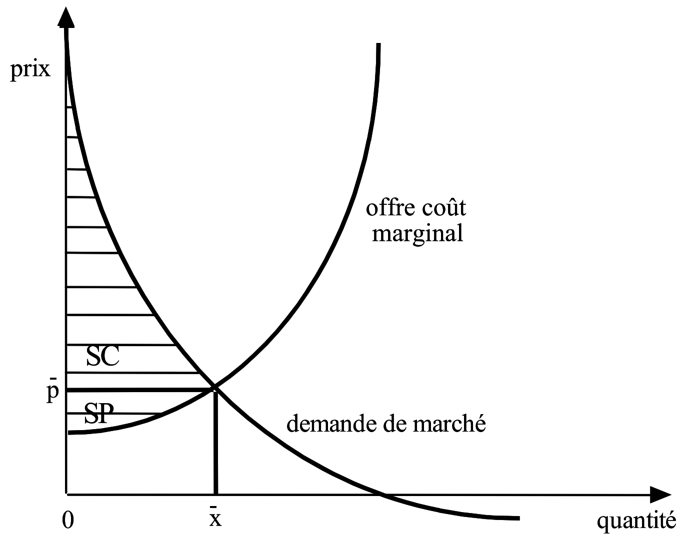

prix
offre coût
marginal
SC
p̄
SP
demande de marché
0
x̄
quantité

Figure 4.2

5
DÉFAILLANCES DU MARCHE. INTERVENTION DE L'ETAT

5.1 Marchés non concurrentiels

Dans sa mise en oeuvre, l'économie de propriété privée rencontre toute une série d'obstacles qui l'éloignent des hypothèses retenues théoriquement et qui vont à l'encontre de la réalisation d'un état efficient. Parmi ceux-ci, l'un des plus importants est sans doute l'imperfection des marchés, qui implique que la condition "les prix sont considérés par les agents comme des données" n'est que rarement satisfaite. Nous ne parlerons ici que d'un cas extrême d'imperfection des marchés, celui des monopoles pour montrer en quoi il y a inefficience et comment éventuellement y remédier.

Considérons l'exemple de Robinson avec rendements constants. Sur la Figure 5.1 a, le point E dénote l'équilibre du marché, optimal au sens de Pareto. On retrouve ce point sur la Figure 5.1 b, là où courbes de demande et de coût marginal se croisent.

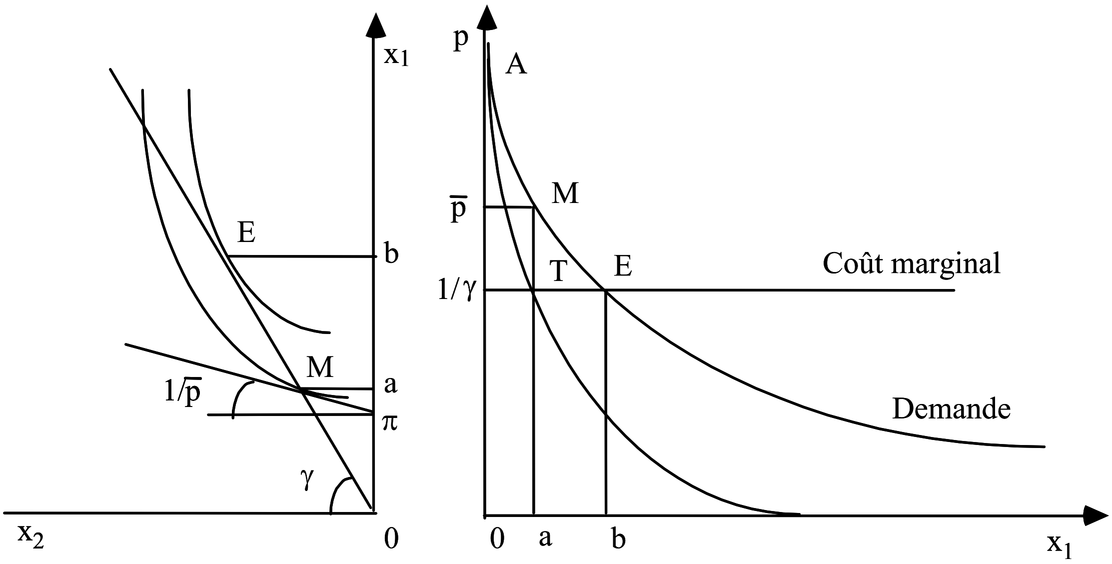


Figure 5.1 a et b

Si l'on suppose que la production est contrôlée par un monopoleur qui peut choisir le prix qui lui rapporte le profit le plus élevé — lequel est aussitôt retourné au consommateur —, l'équilibre se déplace. En effet, on sait que la condition de profit maximal impose l'égalité entre recette marginale (inférieure en tout point au prix) et coût marginal. Au point M choisi par le monopoleur, on a donc:

$$\text{Coût marginal} \equiv \frac{1}{\gamma} = \text{recette marginal} < \text{demande } \bar{p}$$

$\bar{p}$ maximise le profit.

Sur la Figure 5.1. a, on voit de suite la différence en termes d'utilité entre une situation de concurrence et une situation de monopole même si la totalité des profits sont redistribués au seul consommateur. Sur la Figure 5.1. b, on peut représenter le coût social du monopole au moyen du triangle MTE (le triangle mort). En effet, ce triangle représente la différence entre le surplus du consommateur en concurrence et le surplus en situation monopolistique auquel il faut ajouter les profits. Il faut distinguer deux aspects dans toute situation de monopole: l'équité et l'efficacité. Le plus souvent, lorsqu'on aborde la question des monopoles, on pense à l'appropriation de revenus jugés excessifs par les propriétaires des entreprises concernées. Outre ces problèmes redistributifs, on peut montrer qu'une organisation économique reposant sur des monopoles importants a des chances de ne pas être efficiente, c'est-à-dire qu'une autre organisation impliquant l'égalité des prix aux coûts marginaux pourrait conduire à un état meilleur pour tous (un PNB plus élevé). Il est vrai que le passage de l'un à l'autre pourrait ne pas se défendre selon le critère de Pareto dans la mesure où, en l'absence de compensations, les bénéficiaires des profits monopolistiques perdraient au change.

Supposons que le monopoleur dont il est question ici puisse pratiquer ce que Pigou appelait la discrimination du premier degré ou discrimination parfaite : il fixerait un prix différent pour chaque unité différente du bien, de sorte que le prix réalisé pour chaque unité, soit égal au prix de demande de cette unité. Dans ce cas, l'acheteur ne bénéficie d'aucun surplus et le profit de l'entreprise est maximisé en E et égal au triangle $AE\gamma^{-1}$ sur la Figure 5.1-b. Une telle situation, rare il est vrai, implique une solution optimale sur le plan de l'efficience mais discutable du point de vue de l'équité à moins que tous les agents bénéficient des profits ainsi réalisés par le monopoleur.

Comment éviter l'inefficacité à laquelle conduit le monopole traditionnel? Entre autres remèdes, on peut citer la "régulation", la législation "antitrust" et la nationalisation. Chacun d'eux pose d'ailleurs autant de problèmes qu'il n'en résout.

- **La législation**: on pense aux diverses lois antitrust dont l'efficacité est cependant discutable.

- **La régulation** consiste à imposer au monopole des contraintes soit sur son prix de vente, soit sur le niveau de ses outputs et inputs. En situation de contrôle total et d'information parfaite, les pouvoirs publics peuvent ainsi rétablir les conditions d'optimalité parétienne ou, tout au moins, restreindre les rentes que procure une situation non concurrentielle. Dans la réalité où le centre régulateur doit recourir à une procédure indirecte de contrôle et ne dispose que d'une information imparfaite (asymétrique) sur les conditions de coût et de demande, le niveau de production concurrentiel est souvent inaccessible. Une régulation trop mécanique peut conduire à de sérieux déséquilibres; ainsi, on a montré qu'une régulation par le taux de profit entraîne une surcapacité coûteuse pour l'ensemble de la collectivité (Averch-Johnson). La solution proposée ces dernières années est d'introduire des transferts incitatifs qui conduisent le monopole à se rapprocher de la solution efficace.

- **La nationalisation**: dans certains pays, afin d'éviter les profits monopolistiques dans certains secteurs, on n'a pas hésité à nationaliser des entreprises. L'objet d'une telle mesure est double : redistribuer les profits plus équitablement (dans quelle mesure les actionnaires des entreprises nationalisées ont-ils été indemnisés?) et permettre une tarification au coût marginal. Il est cependant apparu qu'aux défaillances du marché correspondaient les défaillances de l'État.

- **Contestabilité**: Tout récemment, de nombreux auteurs ont défendu sous le nom de théorie des marchés "*contestables*" l'idée selon laquelle ce n'est pas tant le grand nombre et le comportement de "preneur de prix" qui conduit à l'efficacité que la possibilité d'entrée libre dans un marché. Selon eux, la menace de nouveaux venus discipline les entreprises même là où le marché ne peut admettre qu'un petit nombre de producteurs et où le marché ne peut admettre qu'un petit nombre de producteurs et où le marché ne peut admettre qu'un petit nombre de producteurs et où la dimension de coût minimum est importante par rapport au marché. Cette théorie s'appliquerait donc aux monopoles naturels qui traditionnellement faisaient l'objet de régulation ou de gestion publique. La rivalité même potentielle de nouveaux arrivants conduirait les entreprises à se rapprocher aussi près que possible d'une tarification au coût marginal. Cette théorie s'est vérifiée avec succès aux USA dans le domaine de l'aviation civile. Elle est cependant difficilement applicable dans des monopoles tels que les chemins de fer où la "contestation" est plus difficile.

5.2 Entreprises publiques

5.2.1 Tarification au coût marginal

Une question que l'on pose régulièrement, tant dans les milieux politiques que scientifiques, est celle du pourquoi des entreprises publiques. Elle n'est d'ailleurs pas gratuite; le simple fait de la poser implique que l'on mette l'accent sur les inconvénients de l'entreprise publique, inconvénients que l'on peut résumer en quelques mots: inefficacité, bureaucracie, coût excessifs, peu de considération pour les usagers.

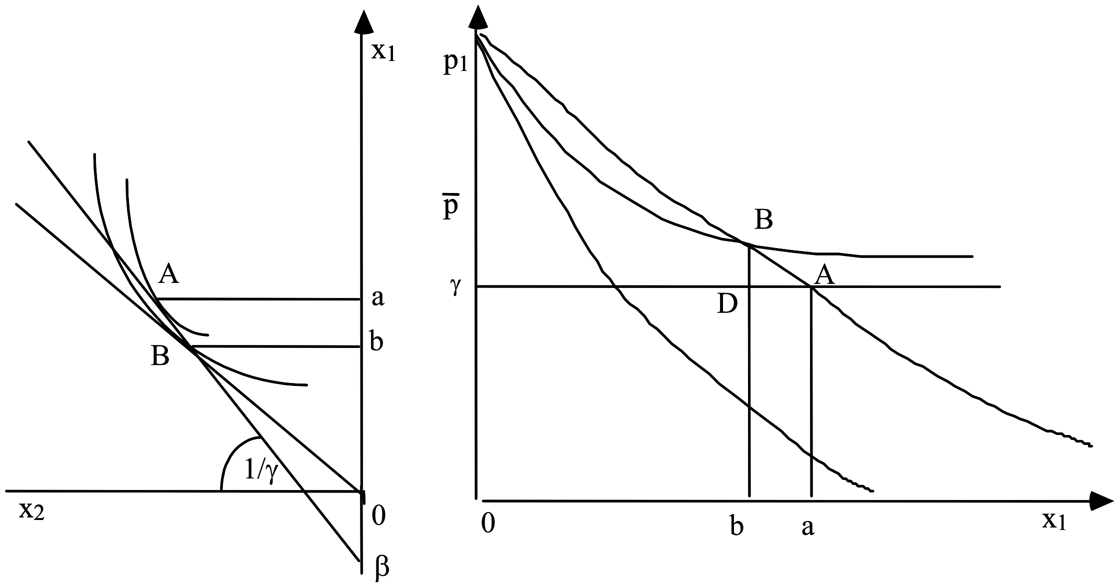
Il demeure que dans de nombreux pays, le poids de la production publique demeure important. Il se justifie essentiellement par deux considérations. La première, beaucoup moins en vogue aujourd'hui qu'il y a quelques décennies, est d'ordre politique. L'État avait besoin de contrôler l'économie au travers d'entreprises clés telles que la sidérurgie pour réaliser ses objectifs de croissance et de plein emploi. La seconde considération repose sur l'existence de coûts fixes, et plus généralement de monopoles naturels. Dans certains secteurs, pour des raisons de technologie ou de marché, même si une seule entreprise assurait la production, elle encourrait des coûts décroissants. Il faut donc y encourager la production monopolistique mais pour garantir le maximum de bien-être social, elle devrait être assurée par l'État.

Cela peut aisément s'illustrer si l'on considère une fonction de production qui implique un coût fixe:

$$x_1 = -x_2/\gamma - \beta$$

où x_2 dénote l'input, x_1 l'output, β le coût fixe et γ le coût marginal constant.

Sur la Figure 5.2 a, l'optimum est donné par le point A, mais il ne peut être réalisé dans une économie de marché car il faudrait astreindre l'entreprise à produire une quantité a , à la vendre au coût marginal tout en encourant un déficit correspondant à son coût fixe. Un monopole privé produira une quantité nettement inférieure pour laquelle le revenu marginal égale le coût marginal. Un monopole astreint à ne faire aucun profit pourrait produire B où la demande égale le coût moyen mais cette situation est inefficiente. Inefficience qui est donnée par l'écart entre les courbes d'indifférences dans la Figure 5.2 a et le triangle mort ABD sur la Figure 5.2 b.



Figures 5.2 a et b

Que faire alors? On l'a déjà vu précédemment; il faudrait que l'État oblige l'entreprise à produire a en couvrant son déficit par un impôt prélevé forfaitairement sur les consommateurs. Du coup, la droite de budget de l'individu se confond avec la fonction de production: consommateur et producteur maximisent leur objectif au point A.

5.2.2 Tarification de second rang

Supposons que le gouvernement n'ait pas le moyen de couvrir un tel déficit et contraigne l'entreprise publique à équilibrer son budget. Dans le cas où le secteur public se résume à une seule entreprise, la solution est simple: produire b au prix égal au coût moyen. Qu'en est-il si le secteur public se compose de plusieurs entreprises aux technologies et aux consommations différentes? Doivent-elles toutes utiliser un tarif égal au coût moyen si le tarif au coût marginal est inaccessible? Pas nécessairement. On peut en effet montrer que si le secteur de production publique doit équilibrer son budget, il faut que dans chaque entreprise, l'écart par rapport au coût marginal soit d'autant plus faible que la perte sociale ainsi encourue est forte. Pour illustrer cet argument, prenons le cas de deux entreprises publiques ayant l'une et l'autre la même structure de coûts: coût marginal constant et coût moyen décroissant mais des fonctions de demande différentes, la demande pour le bien produit par la première firme étant relativement plus élastique. Dans ce cas, si le budget doit être équilibré, l'écart par rapport au coût marginal sera plus fort dans la seconde entreprise où la perte sociale, représentée par les surplus, sera plus faible du fait de la demande relativement inélastique.

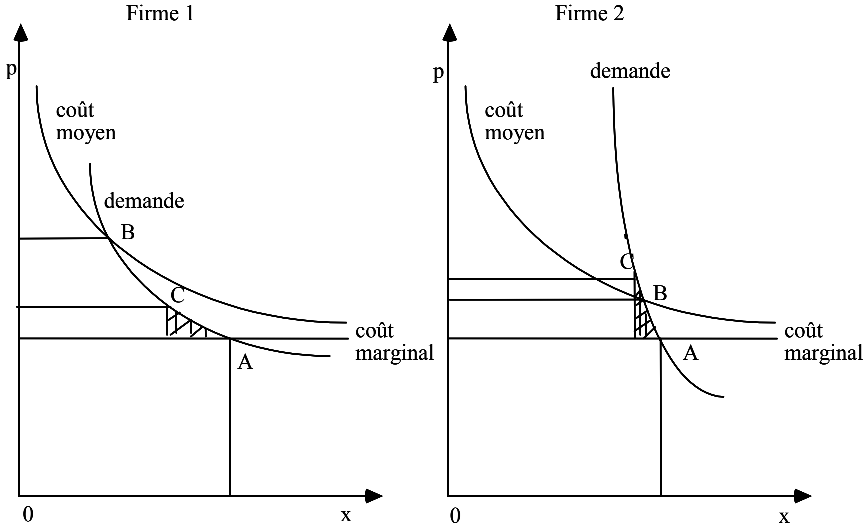


Figure 5.3

Sur la Figure 5.3, on distingue 3 solutions:

A: solution optimale mais irréaliste parce qu'entraînant des pertes;

B: solution de coût moyen;

C: solution où le budget du secteur public est équilibré comme en B, avec un subside implicite de la firme 2 à la firme 1 et une perte de bien-être social représentée par ces triangles hachurés. Cette perte est minimisée; elle est inférieure à celle que causerait la solution B.

Sans parler de la solution du monopole privé qui égalise coût marginal et recette marginale.

Formellement, adoptons une fonction d'utilité:

$$u(x_1) + v(x_2) + \ell$$

et une fonction de coût (en termes de travail):

$$c(x_1, x_2) = \beta + \gamma(x_1, x_2)$$

où ℓ représente le loisir, $1-\ell$ est le travail, seul input, bien numéraire.

L'optimum social s'obtient en:

$$\begin{array}{l} Max \;\; u(x_1) + v(x_2) + \ell \\ x_1, x_2 \end{array}$$

sous la contrainte:

$$(1-\ell) - (\beta + \gamma(x_1, x_2)) = 0.$$

Soit:

$$u_1 = \gamma \;\; \text{et} \;\; u_2 = \gamma.$$

Il ne peut être réalisé si l'on ne peut subventionner les deux entreprises. Si ce n'est pas possible, il convient d'ajouter une contrainte:

$$p_1x_1 + p_2x_2 = \beta + \gamma x_1 + \gamma x_2.$$

Les prix $p_1 = \gamma + \beta/2x_1$ et $p_2 = \gamma + \beta/2x_2$ satisfont cette contrainte; on a reconnu le principe du coût moyen. N'y a-t-il pas des prix qui permettent un bien-être social plus élevé? Rappelons-nous que dans une économie de marché x_1 et x_2 dépendent de leurs prix. Le problème, que l'on qualifie de second-rang parce que l'optimum n'est pas possible, s'écrit:

$$Max \;\; u(x_1(p_1)) + v(x_2(p_2)) + \ell$$

sous les contraintes:

$$\begin{array}{rcl} \ell + \beta + \gamma(x_1(p_1)) + (x_2(p_2)) & = & 0 \\ (p_1 - \gamma)x_1(p_1) + (p_2 - \gamma)x_2(p_2) & = & \beta. \end{array}$$

Cela donne:

$$\frac{(p_1 - \gamma)}{p_1} = -\frac{1}{1+\mu}\frac{1}{\varepsilon_1}$$

et

$$\frac{(p_2-\gamma)}{p_2}=-\frac{1}{1+\mu}\frac{1}{\varepsilon_2}$$

où μ est le multiplicateur de Lagrange associé à la contrainte budgétaire et $\varepsilon_i \equiv \frac{dx_i}{dp_i}\frac{p_i}{x_i}$ dénote l'élasticité de la demande par rapport aux prix.

Cette règle, selon laquelle l'écart entre coût marginal et prix ou tarif est inversement proportionnel à l'élasticité de la demande porte le nom de règle de Ramsey et explique pourquoi les tarifs sont souvent plus élevés pour les biens à demande inélastique. Sa validité repose sur l'hypothèse d'une demande inélastique qui ne dépend que du prix du bien et d'un seul consommateur.

Pour illustrer cette règle, adoptons l'exemple suivant:

$$\begin{aligned} u\left(x_1, x_2+\ell\right) &= 20x_1^{1/2}+1,5\,(100)^{1/3}\,x_2^{2/3}+\ell \\ c\left(x_1,x_2\right) &= 20+x_1+x_2 \end{aligned}$$

On calcule facilement que

$$x_1\left(p_1\right)=100p_1^{-2} \quad \text{et} \quad x_2\left(p_2\right)=100p_2^{-3}.$$

En d'autres termes $\varepsilon_1=-2$ et $\varepsilon_2=-3$ et le coût marginal est unitaire. Trois solutions sont possibles et présentées sur le tableau ci-dessous.

	p_1	p_2	x_1	x_2	Utilité
Premier rang	1	1	100	100	130
Second rang	1,166	1,105	73,53	74,12	126,7
Monopole privé	2	1,5	25	29,63	92,04

5.2.3 Règles d'incitations

Jusqu'à présent nous avons fait l'hypothèse que le gestionnaire de l'entreprise publique avait les mêmes objectifs que l'État ou l'autorité de tutelle ou en tout cas pouvait être amené à s'y soumettre sans coûts.

Supposons que tel n'est pas le cas. On considère un gestionnaire qui dispose d'une meilleure information que l'État et qui à rémunération donnée, vise à se fatiguer le moins possible.

Soit une fonction de coût du type:

$$c\left(x\right)=\left(\beta-e\right)x$$

où e représente l'effort du gestionnaire et peut prendre les valeurs 0 et 1 et β est une variable aléatoire qui prend les valeurs de 2 et 1 avec une probabilité égale. Le gestionnaire connaît la valeur de β alors que l'État ne la connaît pas. Du coup, le gestionnaire "paresseux" peut dans le cas où $\beta = 1$ prétendre que $\beta = 2$ et ne fournir aucun effort ($e = 0$). Il y a donc une chance sur deux que l'État et donc la collectivité perdent. Que faire? Ne pas donner au gestionnaire une rémunération fixe mais la faire dépendre de ce que l'État peut observer, à savoir les coûts.

Considérons le modèle suivant. L'entreprise publique fournit un service indivisible ($x = 1$) dont le coût s'écrit:

$$c = \beta - e.$$

Le gestionnaire assume la production de ce service; il reçoit de l'État un remboursement de ses coûts (observables) plus une rémunération t. Pour accepter son poste, il doit être assuré que cette rémunération et la désutilité de l'effort fourni lui apportent un niveau d'utilité supérieur ou égal à 0 (son utilité de réservation). Finalement, l'État en transférant des ressources doit assumer une perte égale à une proportion λ de ces ressources (coût des fonds publics).

Le problème pour l'État consiste à maximiser l'utilité que la collectivité tire du service, $\bar{S}$, plus l'utilité du manager (u) moins les coûts:

$$\begin{aligned} W &= \bar{S} + \left(t - e^2/2\right) - (1+\lambda)(c+t) \\ &= \bar{S} - (1+\lambda)\left(e^2/2 + \beta - e\right) - \lambda u \end{aligned}$$

où $u = t - e^2/2$ et $e^2/2$ représente la désutilité de l'effort. Voyons les solutions possibles dans plusieurs contextes.

- Optimum de premier rang (information parfaite).

- Rémunération fixe. Par exemple $t = 1/2$. En information asymétrique, le gestionnaire assuré de gagner 1/2 minimise l'effort sous la contrainte que $\beta - e \leqslant 1$.

- Schéma maximaliste: $c + t = 1,5$ (comme si $\beta = 2$). Effort optimal

- Schéma optimal

		Information imparfaite		
	Information parfaite	t fixe $(0,5)$	Enveloppe $(c+t)$ fixe $(1,5)$	t^* optimal $(0,5;1)$
e si $\beta = 2$	1	1	1	1
e si $\beta = 1$	1	0	1	1
u si $\beta = 2$	0	0	0	0
u si $\beta = 1$	0	$1/2$	1	$1/2$
W^* si $\beta = 2$	2	2	2	2
W si $\beta = 1$	4	$2,5$	3	$3,5$
$^*W = 5 + u - 2(\beta - e + t)$				

5.2.4 Règle incitative linéaire

Considérons maintenant un problème de contrôle de gestion où la règle incitative est linéaire. Ce modèle met l'accent sur l'aversion au risque des gestionnaires qui implique une sorte de demande d'assurance. Le modèle précédent ne s'appuyait pas sur l'aversion au risque, mais plutôt sur le coût des fonds publics. On peut penser que ces deux aspects jouent dans la réalité. Le gestionnaire est donc riscophobe. L'autorité de tutelle est neutre à l'égard du risque et maximise son revenu net sous deux contraintes:

- une contrainte de participation: le gestionnaire reçoit au moins autant qu'il gagnerait ailleurs (0 par normalisation);
- une contrainte d'incitation: le gestionnaire choisit le niveau d'effort qui maximise son utilité.

L'objectif de l'autorité de tutelle (le mandant ou le principal) s'écrit:

$$E = (\tilde{x} - s(\tilde{x}))$$

où $\tilde{x} = a + \tilde{\varepsilon}$ [$\tilde{x}$ est l'output, a l'effort fourni par le gestionnaire (le mandataire ou l'agent) et $\tilde{\varepsilon}$ une variable aléatoire de moyenne nulle et de variance σ^2] et $s(\tilde{x}) = \delta + \gamma\,\tilde{x}$ est la rémunération linéaire du gestionnaire.

L'objectif du gestionnaire dont l'utilité dépend du revenu et de l'effort s'écrit:

$$E\,u\left(s\left(\tilde{x}\right),a\right)=E\left[-e^{-r(\delta+\gamma a+\gamma\,\tilde{\varepsilon})}\right]-c\left(a\right)$$

où $c(a)$ est la désutilité de l'effort ($c' > 0$, $c" > 0$) et r le taux d'aversion au risque. La fonction d'utilité exponentielle peut s'exprimer en terme d'espérance et de variance. En effet:

$$\begin{aligned} E\,u &= E\left(s\right)-\frac{r}{2}V\left(s\right)-c\left(a\right) \\ &= \delta+\gamma a-\frac{r\gamma^2\sigma^2}{2}-c\left(a\right). \end{aligned}$$

Le gestionnaire choisira le niveau d'effort qui maximise son utilité, soit $c'(a)=\gamma$ (contrainte incitative) et n'acceptera de travailler pour l'autorité de tutelle que si $Eu \geqslant 0$ (contrainte de parcipation).

L'autorité de tutelle doit donc trouver les valeurs de δ, γ et a qui maximisent:

$$(1-\gamma)a-\delta$$

sous les deux contraintes:

$$\begin{gathered} \delta+\gamma a-\frac{r\gamma^2}{2}\sigma^2-c\left(a\right)=0 \\ c'\left(a\right)=\gamma. \end{gathered}$$

Après substitution, cela donne:

$$a-\frac{c'\left(a\right)^2 r}{2}\sigma^2-c\left(a\right)$$

Solution de premier ordre:

$$1-rc''\left(a\right)c'\left(a\right)\delta^2-c'\left(a\right)=0$$

ou

$$\gamma=\frac{1}{1+rc''\left(a\right)\sigma^2}>0$$

Rappelons qu'en cas d'information parfaite, le problème de l'autorité de tutelle se bornerait à:

$$Max \quad a - \frac{\gamma^2 r\sigma^2}{2} - c(a).$$

Soit

$$c'(a) = 1,\ \gamma = 0 \text{ et } \delta = c(a).$$

En information asymétrique, le gestionnaire doit assumer une part de risque d'autant plus importante que :

- son aversion au risque (r) est faible,
- l'incertitude (σ^2) est faible,
- un accroissement d'effort a un faible effet sur sa désutilité marginale.

Si $c(a) = e^2/2$:

	Premier rang	Second rang avec $\sigma = 0$	Second rang avec $r\sigma^2 = 1$
Utilité du principal	1/2	1/2	1/4
Utilité de l'agent	0	0	0
a	1	1	1/2
γ	0	1	1/2
δ	1/2	$-1/2$	0

5.2.5 La dérégulation

La réglementation des monopoles naturels a beaucoup évolué ces dernières années, du fait notamment de la privatisation de nombreuses entreprises de ces secteurs et souvent de leur mise en concurrence. On a appelé ce mouvement la dérégulation, ce qui est un peu abusif puisqu'il correspond plutôt au remplacement d'une forme de régulation par une autre.

La dérégulation et sa forme extrême la privatisation, se sont appuyées sur un triple constat:

- les changements technologiques font que les monopoles naturels sont de moins en moins marqués : même quand les coûts fixes restent élevés au niveau des infrastructures, ils peuvent être séparés de l'activité de services proprement dite, où les rendements sont rarement croissants;

- ces secteurs ont des gammes de produits de plus en plus diversifiées (que l'on pense aux nouveaux produits en télécommunications), ce qui rend problématique une régulation très fine;

- la concurrence en elle-même est un régulateur efficace.

Il serait évidemment abusif de dire que la dérégulation est un mouvement uniforme et universel: on peut toutefois relever certains thèmes communs (en dehors de la privatisation, qui mériterait des développement spécifiques):

- la séparation des infrastructures et des services qui utilisent ces infrastructures, qui permet d'isoler l'activité à rendements croissants. Les infrastructures sont parfois regroupées dans une entreprise créée à cet effet (comme le Réseau ferré pour le transport ferroviaire); dans d'autres cas (les télécommunications par exemple), une entreprise conserve la propriété des infrastructures mais est contrainte d'en ouvrir l'accès à ses concurrents, moyennant paiement;

- l'ouverture à la concurrence sur le marché des services, où les rendements croissants sont un phénomène négligeable;

- l'adoption d'une formule de régulation du type *price cap*. La plus populaire est appelée $RPI - X$; elle consiste à limiter le taux de croissance d'une moyenne pondérée des prix de l'entreprise à l'augmentation des prix de détail après déduction d'un taux de croissance attendu de la productivité.

5.3 Biens publics

Les biens privés, qui ont été jusqu'ici le thème de ce cours, possèdent deux propriétés qui les distinguent:

- la première est technologique. Ces biens sont rivaux: la consommation par un agent réduit (le plus souvent à néant) les possibilités de consommation des autres agents. Si je mange une pomme, aucun autre agent ne pourra la consommer après moi;

- la deuxième est économique. Les biens privés sont à exclusion, c'est-à-dire qu'il faut payer pour les consommer.

Il existe d'autres types de biens qui ne possèdent pas nécessairement ces propriétés. On appelle bien public un bien non-rival. Les biens publics purs sont donc par définition non-rivaux; de plus il sont sans exclusion. L'exemple type concerne les services de défense nationale ou de police, ou la qualité de l'air que nous respirons.

Il y a bien sûr de nombreux cas intermédiaires. Ainsi, des recherches protégées par un brevet sont à exclusion, puisqu'il faut payer une redevance pour y avoir accès, mais non-rivales puisque plusieurs agents peuvent en acheter les droits; c'est également le cas de la télévision codée ou par câble ou d'une route à péage. Le cas inverse existe: un emplacement de parking gratuit est sans exclusion (puisque gratuit) mais rival (deux voitures ne peuvent pas l'occuper simultanément). Par ailleurs, de nombreux biens publics sont soumis à des effets externes (voir la section suivante), comme des autoroutes qui peuvent être congestionnées par une circulation trop intense, auquel cas leur valeur d'usage diminue. L'analyse des biens publics purs suffit à dégager les particularités des biens publics.

Il convient de ne pas confondre les biens publics et les biens privés qui sont fournis par les secteur public, comme c'est le cas pour l'éducation et la santé. L'éducation n'est pas un bien public: on peut en exclure l'accès en faisant payer un droit de scolarité, et c'est un bien rival dans la mesure où il y a un coût non négligeable à éduquer un enfant supplémentaire. Le même raisonnement vaut pour la santé. Ceci ne signifie pas qu'il n'y ait pas de défaillance du marché dans les cas de l'éducation et de la santé; mais ces défaillances sont plutôt dues à des effets externes: par exemple, la contagion pour la santé et l'effet social positif d'une population bien éduquée.

Comme chaque consommateur tire une utilité différente de biens publics et que cette utilité n'est pas révélée, il est difficile de lui faire payer un prix juste pour ce type de biens. Dans ce qui suit, au moyen d'un exemple simple, nous présenterons la solution optimale et nous indiquerons qu'elle ne peut être réalisée qu'approximativement dans un système décentralisé.

5.3.1 Optimum

Supposons qu'il existe 2 biens; le premier, g, est public et le second, x^i, privé. Une entreprise unique produit l'un et l'autre selon une technologie linéaire à partir d'une quantité fixe de bien privé dénotée par ω:

$$g + \sum x^i = \omega.$$

On le voit le coût marginal du bien privé et du bien public est unitaire. L'utilité de chaque consommateur est donnée par la fonction quasi-linéaire:

$$u\left(x^i, g\right) = v^i\left(g\right) + x^i$$

et sa dotation initiale égale telle que

$$\sum \omega^i = \omega.$$

Pour obtenir l'optimum, il suffit de maximiser l'utilité d'un consommateur, le niveau d'utilité des autres était constant et la contrainte des ressources étant respectée. Soit:

$$\begin{array}{lll} Max\ \ v^1\left(g\right) + x^1 & \text{s.c.} & v^i\left(g\right) + x^i = \text{constante}\ \left(\lambda^i\right) \\ & & g + \sum x^i = \omega\ \ \left(\mu\right). \end{array}$$

Cela donne des conditions de premier ordre:

$$\begin{array}{rcl} \sum \lambda^i v_g^i & = & \mu \\ \lambda^i & = & \mu \end{array}$$

où λ^i et μ sont des multiplicateurs de Lagrange et $\lambda^1 = 1$. Ou plus simplement:

$$\sum v_g^i = 1.$$

Si le coût n'est pas unitaire, on a

$$\sum v_g^i = c'\left(g\right).$$

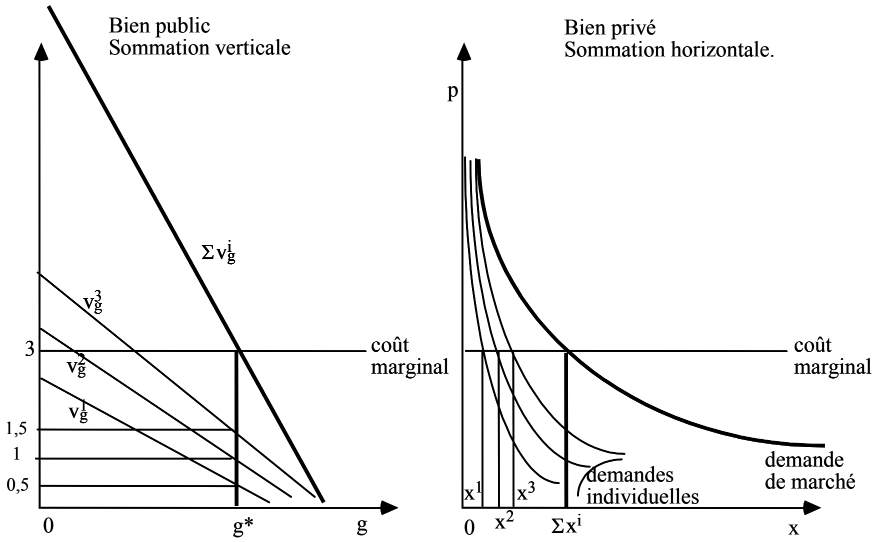


Figure 5.4

Cette condition de production optimale du bien public exprime que la somme des désirabilités relatives du bien public est égale à son coût marginal. Graphiquement, on peut représenter cette condition pour le cas de trois individus et l'opposer à la condition de production optimale d'un bien privé. Dans un cas, il y a sommation verticale des courbes de demande et l'autre sommation horizontale. Dans ce dernier cas, l'utilité marginale diffère d'un individu à l'autre mais pas la quantité de biens; dans l'autre, l'utilité marginale est égale mais les quantités de biens diffèrent.

On notera qu'avec une fonction d'utilité quasi-linéaire comme celle utilisée ici, le problème de l'optimum se ramène à maximiser la somme des utilités moins le coût de production:

$$\sum v^i(g) - c(g),$$

où $c(g)$ est le coût de production. La condition du premier ordre est simplement:

$$\sum v^i_g - c'(g).$$

Cet optimum peut-il être réalisé comme équilibre de marché? Oui si l'on pouvait imaginer que chaque consommateur révélerait sa désirabilité relative pour le bien public de sorte qu'on pourrait lui attribuer un prix propre tel que:

$$\tilde{p}_g^i = v_g^i.$$

5.3.2 Souscription

Sachant que le bien g est public, le consommateur n'a aucun intérêt à révéler sa demande puisque s'abstenant d'émettre le moindre désir pour ce bien, il en profitera néanmoins et n'aura pas à en supporter le coût. Pour illustrer ce problème, supposons que le bien public soit financé par souscription libre: chaque consommateur apporte une contribution s^i ayant pour effet d'augmenter quelque peu la production du bien public. En fixant le montant de son apport, il ne tient compte que de son avantage propre; et non de l'avantage que retirent les autres. Du coup, la production du bien public sera:

$$g = \sum s^i$$

et la consommation de bien privé

$$x^i = \omega^i - s^i.$$

Considérant comme des données les contributions $\bar{s}^j$ des autres agents h, le consommateur i choisit s^i de façon à:

$$Max\ \ v^i\left(s^i + \sum \bar{s}^j\right) + \omega^i - s^i \qquad i = 1, ..., m.$$

Ce qui donne:

$$v_g^i = 1 \;\text{ ou pour l'ensemble }\; v_g^i = m.$$

La comparaison entre cette dernière expression et la condition d'optimalité montre que dans une économie où le bien public est financé par souscription, les individus s'en tiennent à une production trop faible du bien public. L'équilibre de souscription conduit à une sous-production de bien public d'autant plus forte que les consommateurs sont nombreux.

Notons qu'avec la spécification quasi-linéaire, s'il y a asymétrie, on n'aura qu'un seul contributeur. Tous les autres agissent comme des passagers clandestins.

5.3.3 Vote majoritaire

Le résultat obtenu ci-dessus peut expliquer pourquoi dans certains cas où les gens se refusent à coopérer et jouent tous au passager clandestin, la production de biens publics peut être insuffisante. En général, on a recours à d'autres méthodes, par exemple, au vote majoritaire. La question qui se pose alors est de savoir si un tel vote conduit à une production optimale. Pour répondre à cette question, il faut d'abord spécifier le mode de financement du bien public: une taxe forfaitaire, une taxe proportionnelle au revenu? Supposons par exemple que le bien public soit financé par un impôt sur les ressources initiales:

$$c(g) = \tau \sum \omega^i$$

ou encore avec

$$\begin{aligned} c(g) &= g \text{ (coût unitaire)} \\ g &= \tau \sum \omega^i. \end{aligned}$$

Dès lors, chaque individu, s'il doit choisir un niveau de bien public, ou alternativement un taux de taxation, le fera de façon à:

$$Max \;\; v^i(g) + (1-\tau)\,\omega^i$$

ou encore

$$v^i(\tau\,\omega) + (1-\tau)\,\omega^i$$

puisqu'il sait que $g = \tau \sum \omega^i = \tau\,\omega$. Cela donne

$$v_g^i = \omega^i/\omega.$$

Supposons que le consommateur médian dénoté par α ait aussi un revenu moyen $(\omega^\alpha = \omega/m)$ et une désirabilité moyenne $\left(v_g^\alpha = \sum v_g^i/m\right)$; dans ce cas, son vote qui emportera la majorité conduira aussi à une production optimale de bien public.

5.3.4 Mécanisme de révélation des préférences pour le bien public

On a tâché d'imaginer un schéma qui forcerait les consommateurs à ne pas mentir. On parle aussi de mécanisme de pivot apparenté à celui des enchères. Vickrey a montré que l'enchère au second prix est révélatrice. L'enchère au second prix consiste à faire payer par le gagnant le prix annoncé par son suivant immédiat. Ce schéma consiste essentiellement à taxer chaque individu indépendamment de ce qu'il révèle. Soit:

$$T^i = g - \sum_{j \neq i} \tilde{v}^j (g)$$

où $\tilde{v}^j$ dénote le montant révélé, l'annonce, de l'agent j.

La contribution du consommateur i égale donc le coût de production du bien public moins la somme des utilités de tous les autres consommateurs, telles qu'ils les ont révélées. Voyons pourquoi avec un telle règle de contribution, tout consommateur sera incité à révéler ses préférences. Le consommateur i cherche à maximiser

$$u^i = v^i (g) + \omega^i - g + \sum_{j \neq i} \tilde{v}^j (g) .$$

Le consommateur sait aussi que le gouvernement maximise le bien-être social sur base des préférences révélées, correctement ou non. S'il dit la vérité, le gouvernement maximise:

$$\sum v^i (g) - g = v^i (g) - \left[g - \sum_{j \neq i} \tilde{v}^i (g) \right] ,$$

ce qui est précisément son objectif. Il n'a donc aucune raison de mentir; en outre, on s'aperçoit que le gouvernement produira la quantité optimale. L'inconvénient de ce système, par ailleurs séduisant, c'est qu'il se peut que la totalité des taxes soit insuffisante pour couvrir les coûts de production des biens publics.

Pourquoi n'a-t-il aucune raison de mentir?

Prenons le cas de deux individus. Chacun peut soit révéler son vrai $v^i (g)$, soit le cacher et par exemple révéler qu'il n'est pas intéressé par le bien public, auquel cas le bien public n'est pas offert. Les deux individus se trouvent devant un dilemme qui rappelle celui du prisonnier.

	vérité	pas vérité
vérité	g^*	0
pas vérité	0	0

Il est clair que chacun a intérêt de dire la vérité même si lorsque l'un ne révèle pas ses préférences et que l'autre le fait, une certaine quantité de bien public est fournie et l'est "gratuitement" pour le premier.

5.3.5 L'hypothèse de Tiebout

Pour certains biens publics fournis par une collectivité locale ou par un club, le problème de la révélation se résout simplement. Chaque individu choisit la collectivité ou le club caractérisé par un vecteur de services publics et un prix (impôts locaux) qui maximise son utilité. La mobilité géographique agit alors comme un révélateur des préférences individuelles des contribuables-consommateurs. On parle dans ce cas de vote avec les pieds. L'hypothèse de Tiebout conduit à la création de collectivités homogènes — par exemple, les personnes âgées à hauts revenus habitent la même communauté qui les impose lourdement mais leur offre tous les services publics dont on a besoin à cet âge.

5.4 Effets externes

Le modèle d'équilibre général à l'aide duquel nous avons raisonné jusqu'à présent ne reconnaît d'interdépendance entre agents qu'à travers le système de prix. L'ensemble X^i du consommateur i ou l'ensemble Y^j du producteur j ne dépendent en effet pas des activités des autres agents. Il existe pourtant des cas où les décisions d'un producteur, d'un consommateur influencent le choix des autres consommateurs ou producteurs. Ces interactions sont qualifiées d"'effets externes".

Idéalement, lorsqu'il existe un effet externe, par exemple si l'entreprise j bénéficie de l'activité de l'entreprise k, on devrait pouvoir l'identifier, lui donner un nom et une valeur. Si cela était possible, on aurait un marché — un pseudo marché — pour ces effets externes et l'on retrouverait le modèle général traité jusqu'à présent.

En général, cependant, l'agent dont l'activité profite à autrui n'a pas le moyen d'exclure celui-ci du bénéfice qu'elle lui procure et inversement, l'agent dont l'activité est nuisible ne peut être taxé pour cette nuisance, ou alors s'il est taxé, ce sera de façon inadéquate. En outre, il existe souvent un grand nombre d'agents qui souffrent ou bénéficient d'un effet externe, cela rend le traitement correct des externalités plus difficile encore.

Enfin, ces effets externes relèvent très souvent du domaine de l'intangible et du non quantifiable. Pour ces diverses raisons, il n'est guère réaliste d'attendre que les mécanismes du marché résolvent optimalement les problèmes d'allocations que soulèvent les effets externes.

Dans cette section, nous nous bornons à illustrer les différentes questions que soulève la présence d'un type particulier d'externalités: l'influence néfaste que l'activité polluante d'une firme peut avoir sur celle d'une autre firme. On peut par exemple imaginer qu'elles sont localisées le long d'un même cours d'eau, l'entreprise polluante en amont par rapport à sa victime. Nous verrons qu'un équilibre de marché est inefficient, qu'une taxe bien ajustée pourrait permettre le retour à l'efficacité et qu'enfin, dans certains cas, un mécanisme de marché particulier peut aussi conduire à l'efficacité.

Soit une économie dans laquelle il n'y a qu'un consommateur, deux biens de consommation et deux firmes produisant l'une le premier bien, l'autre, le second. La fonction d'utilité du consommateur prend la forme:

$$u(x_1, x_2, \ell) = u(x_1) + u(x_2) + \ell$$

où $1 - \ell$ dénote le travail, et les fonctions de coût des deux firmes en termes de travail, pris comme bien numéraire s'écrivent:

$$c_1(x_1) = a\,x_1 \quad \text{et} \quad c_2(x_2, x_1) = b\,x_2 + c\,x_1$$

où a et b dénotent les coûts marginaux constants et c, l'indice de pollution. Plus le niveau de production de la firme 1 est élevé, plus cela coûte à la firme 2 de produire son output.

5.4.1 Équilibre de marché

Si l'on prend les prix p_1 et p_2 (le travail étant le numéraire) le consommateur maximise son utilité:

$$Max\; u(x_1) + u(x_2) + \ell - \mu\left[p_1\,x_1 + p_2\,x_2 + \ell - 1\right].$$

A l'optimum, pour le consommateur on a:

$$u_1' = p_1 \ \text{ et } \ u_2' = p_2$$

De même, les deux producteurs maximisent leur profit comme dans un cadre concurrentiel (et non monopolistique):

$$\pi_1 = p_1\, x_1 - a\, x_1 \ \text{ et } \ \pi_2 = p_2\, x_2 - b\, x_2 - c\, x_1.$$

A l'optimum pour les firmes, on a:

$$p_1 = a \ \text{ et } \ p_2 = b.$$

Ce problème peut être représenté graphiquement pour $u(.) = log\,(.)$, $a = b = c = 1$; les solutions de marché étant représentées par E. On notera que les producteurs égalisent prix et coût marginal privé et non social. En d'autres termes, lorsqu'il choisit de produire une certaine quantité du bien 1, le producteur 1 ne tient pas compte du dommage qu'il inflige au producteur 2. S'il le faisait, le bien-être social qui, ici, se résume à celui d'un seul consommateur, augmenterait.

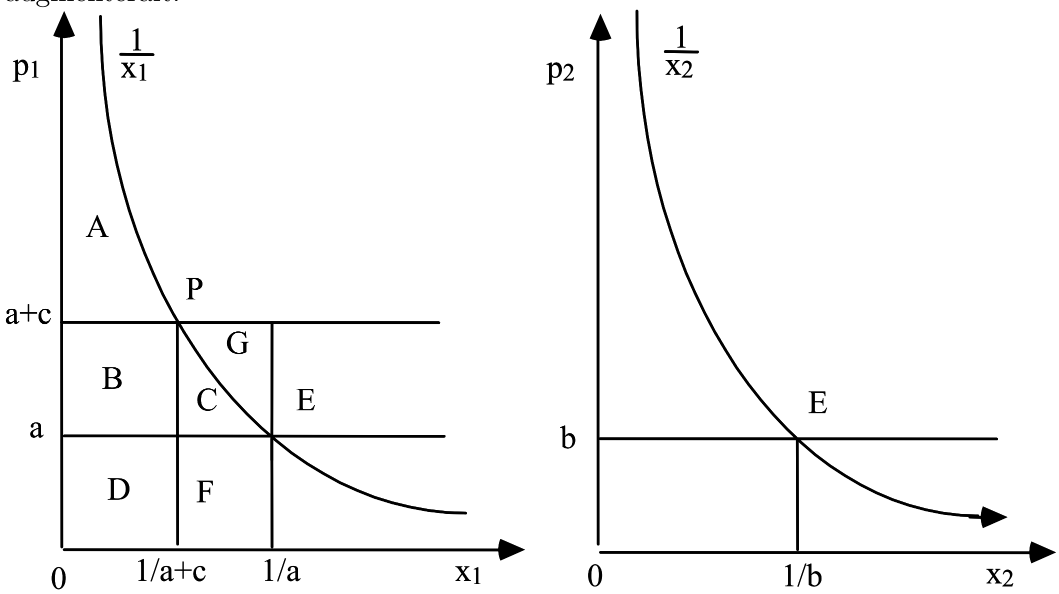


Figure 5.5

5.4.2 Optimum social

En effet, l'optimum peut être obtenu aisément en maximisant l'utilité du consommateur sous les contraintes technologiques des coûts de production. Soit:

$$Max\ u\,(x_1) + u\,(x_2) + \ell - \mu\,[a\,x_1 + (b\,x_2 + c\,x_1) + \ell - 1]\,.$$

Cela donne lieu aux conditions:

$$u_1' = a + c \quad \text{et} \quad u_2' = b.$$

Cette solution est représentée par le point P sur la Figure 5.5. Étant donné les fonctions de coût et d'utilité particulières que nous avons choisies, le niveau de x_2 reste inchangé; par contre, la production optimale de x_1 doit diminuer de sorte qu'il y ait égalité entre l'utilité marginale et le coût marginal social de ce bien.

5.4.3 Taxe sur la pollution

Si les pouvoirs publics pouvaient capturer la valeur de cette pollution, il leur suffirait d'appliquer une taxe unitaire sur la production polluante et le jeu de marché ainsi modifié conduirait à la solution efficace. En effet, le problème pour le producteur serait alors de maximiser:

$$\pi_1 = p_1\,x_1 - a\,x_1 - \tau\,x_1$$

Cela impliquerait précisément la solution P; en effet,

$$p_1 = a + \tau = a + c.$$

Pour montrer que la solution P est supérieure à la solution de marché, on peut utiliser la méthode du surplus. En P le surplus du consommateur est donné par le triangle A; en E , l'utilité du consommateur est égale à $A+B+C+D+F$ et le coût total à $B+C+D+F+G$; soit un gain net égal à G .

Il faut reconnaître que la taxe proposée pour arriver à l'optimum n'est, dans la réalité des faits, pas aussi facile à déterminer. En outre, le producteur pollueur peut adopter des mesures aux effets pervers; par exemple, il pourrait adopter une technologie plus polluante qui le conduirait à produire moins, à moindre coût et à moindre taxe. De toute évidence, des problèmes d'information, d'incitation et d'administration se posent dès que l'on veut imposer une taxe dont le but est d"'internaliser" l'effet externe. Aussi, recommande-t-on parfois de recourir à une approche plus décentralisée dans laquelle le rôle du gouvernement est réduit à sa dimension juridique: à qui attribuer la propriété de l'environnement affecté par la pollution?

5.4.4 Théorème de Coase

Cette approche, initialement suggérée par Coase, suppose que dans un cas de pollution, les parties concernées se présentent devant un tribunal, lequel donnerait raison à l'une ou à l'autre. Coase affirme qu'il importe peu que le pollué ou le pollueur l'emporte. Dans l'un et l'autre cas, la solution sera optimale parce que, fort de son droit, le gagnant négociera son avantage avec la partie adverse.

Reprenons l'exemple des deux firmes situées au bord d'un cours d'eau; il y a pollution; la firme victime réclame auprès des tribunaux un certain dédommagement; ceux-ci se contentent d'attribuer en quelque sorte la propriété des eaux à l'une ou à l'autre. Supposons que le gouvernement attribue la propriété des eaux à la firme 2. Elle pourrait interdire toute production à la firme 1 (à supposer que celle-ci n'ait pas d'alternative à la pollution des eaux); pourtant si la firme 2 laisse produire la firme 1, elle peut en tirer plus que cela ne lui coûte aussi longtemps que la courbe de demande est supérieure à $a + c$. Elle laissera donc la firme 1 produire jusqu'au point P.

Supposons maintenant que le gouvernement attribue la propriété des eaux à la firme 1. Elle pourrait alors produire jusqu'en E. Pourtant, en ce point, la firme 2 est disposée à lui payer plus que cela ne lui rapporte pour qu'elle produise moins et ce jusqu'au point B. La production E coûte en effet $B+C+G$ à la firme 2 et ne lui rapporte que B + C.

5.4.5 Droits à polluer

Supposons que l'entreprise polluante puisse acheter l'autorisation de polluer. Pour chaque unité de polluants, elle paierait un prix. On peut facilement montrer que la condition d'optimalité pourrait être satisfaite. Ce système est à certains égards plus souple que celui de taxe sur la pollution.

5.4.6 Illustration: réduction des pluies acides en Europe

Réduction des pluies acides au travers d'une réduction du dioxyde de soufre (SO2).

- Hypothèse: 2 pays. $i = 1, 2$
- Notation:

Q_i : quantité de polluant déposé en i

$v_i(Q_i)$: fonction de dommage, $v\prime > 0$

q_i : quantité de polluant émis

t_{ij} : fraction de polluant émis en i et déposé en j

$$\therefore Q_i = t_{1i}\, q_2 + t_{2i}\, q_1$$

$\bar{q}_i$: situation de base

$$\therefore r_i = \bar{q}_i - q_i$$

$c_i(r_i)$: coût de la réduction $c\prime > 0$, $c" > 0$

Programme optimal:

$$\begin{aligned} & \min \; v_1 \left[t_{11} \left(\bar{q}_1 - r_1 \right) + t_{21} \left(\bar{q}_2 - r_2 \right) \right] \\ & + v_2 \left[t_{12} \left(\bar{q}_1 - r_1 \right) + t_{22} \left(\bar{q}_2 - r_2 \right) \right] + c_1 \left(r_1 \right) + c_2 \left(r_2 \right) \\ \therefore \quad & t_{i1} \frac{dv_1}{dQ_1} + t_{i2} \frac{dv_2}{dQ_2} = \frac{dc_i}{dr_i} \qquad i = 1, 2. \end{aligned}$$

Estimation pour l'Europe lorsque le dommage est proportionnel au PIB multiplié par l'intensité de la pollution

Pays	Réduction optimale (en %)
Belgique	39
Pays-Bas	65
.	.
.	.
.	.
Moyenne	30

5.5 Asymétrie d'information: antisélection et aléa moral

5.5.1 Phénomène d'antisélection

L'incertitude entraîne diverses sortes d'inefficacité des marchés concurrentiels, par exemple, le risque moral et l'antisélection. Par risque moral, on entend qu'un agent se sachant assuré prendra plus de risques qu'il ne le ferait sans assurance. Il ne prend pas les précautions qu'il devrait normalement prendre et qu'il prendrait si son comportement pouvait être parfaitement observé. Dans l'exemple du gestionnaire public, il y avait un problème de risque moral.

On parle d'antisélection (sélection adverse) lorsqu'il n'est pas possible pour l'assureur de distinguer les individus à hauts risques de ceux à bas risques. De ce fait, il leur proposera des contrats identiques avec pour conséquence possible que les individus à bas risques préfèrent ne pas s'assurer.

Ce modèle a été développé dans un contexte différent de celui de l'assurance à savoir le marché des voitures d'occasion.

Dans ce marché, on trouve des voitures de mauvaises qualités (lemons), revendues pour cette raison, et des voitures de bonne qualité, revendues pour raisons de force majeure (déménagement, décès, ...)

Imaginons une économie dans laquelle deux types d'agents échangent des automobiles d'occasion [1]. Ce marché des véhicules d'occasion n'est choisi que pour rendre l'explication plus concrète, mais les arguments développés ont une portée beaucoup plus générale.

Il y a dans cette économie n agents de type 1 et on suppose que la fonction d'utilité d'un agent de ce type s'écrit:

$$U = x_1 + \sum_{i=1}^{L} q_i.$$

Dans cette expression x_1 représente l'ensemble des dépenses d'un consommateur en dehors des achats de véhicules d'occasion. On suppose donc que 1 euro de dépense permet d'obtenir 1 unité de satisfaction en plus. Le paramètre L représente le nombre de véhicules

[1] Cette section est tirée de Pierre Picard "Eléments de Microéconomie", Montchrestien, Paris, 1990.

possédés par l'agent; $L \in \{0, 1, 2, ...\}$ et q_i apporte donc un supplément de satisfaction égal à q_i (quels que soient le nombre et la qualité des autres véhicules possédés). On suppose aussi que l'indicateur de qualité est susceptible de prendre deux valeurs: $q_i \in \{q^1, q^2\}$. La valeur q^1 correspond à des véhicules de bonne qualité qui apportent une satisfaction élevée à l'usager et q^2 correspond au contraire à des véhicules de médiocre qualité.

Chaque consommateur de type 1 possède par hypothèse un véhicule comme ressource initiale et on note π la fraction des véhicules de bonne qualité dans le parc des agents de type 1. Il y a donc πn véhicules de bonne qualité et $(1 - \pi)n$ véhicules de mauvaise qualité possédés par ces agents.

Cette économie comprend aussi m agents de type 2 avec $m > n$. La fonction d'utilité d'un agent de ce type est notée:

$$V = x_2 + 2\sum_{i=1}^{L} q_i$$

où x_2, L et q_i s'interprètent comme pour les agents de type 1. Par hypothèse les agents de type 2 ne possèdent pas de véhicule comme ressource initiale, mais ils peuvent bien sûr en acquérir un. On note par R_1 et R_2 respectivement le revenu d'un agent de type 1 et 2.

Si tous les agents (propriétaires et acheteur potentiels) pouvaient observer la qualité des véhicules d'occasion, deux marchés distincts s'organiseraient, avec des prix différents (celui des véhicules d'occasion de bonne qualité et celui des véhicules de mauvaise qualité). Nous supposerons au contraire que seuls les propriétaire (par hypothèse de type 1) connaissent la qualité de leur véhicules, mais que les acheteurs ne connaissent que la qualité moyenne des véhicules offerts sur le marché. Il y a donc une *asymétrie d'information entre acheteurs et vendeurs* et, comme on va le voir, celle-ci peut conduire à un fonctionnement inefficace du marché.

Calculons les fonctions d'offre et de demande de véhicules d'occasion. Ces véhicules s'échangent à un prix unique, noté p, puisque les acheteurs ne peuvent pas distinguer les deux types d'automobiles. On fait aussi l'hypothèse qu'un agent achète au plus un véhicule.

- **L'offre**

L'offre ne peut venir que des agents de type 1. Un agent de ce type aura intérêt à vendre son véhicule si $p > q$ où q désigne la qualité du véhicule possédé initialement. En effet, si le consommateur vend son véhicule, il atteint un niveau de satisfaction $U = R_1 + p$ supérieur à la situation initiale si p est plus grand que q. Différents cas sont donc à considérer. On note $S(p)$ l'offre de véhicules d'occasion.

Si $p > q^1$: $S(p) = n$. Tous les agents de type 1 souhaitent vendre leur véhicule.

Si $p = q^1$: $S(p) \in [(1-\pi)\,n, n]$. Les agents possédant un véhicule de mauvaise qualité souhaitent le vendre. Les agents possédant un véhicule de bonne qualité sont indifférents entre vendre et conserver leur véhicule.

Si $q^2 < p < q^1$: $S(p) = (1-\pi)n$. Seuls les agents qui possèdent un véhicule de mauvaise qualité souhaitent le vendre.

Si $p = q^2$: $S(p) \in [(0, 1-\pi)\,n]$. Les agents qui possèdent un véhicule de mauvaise qualité sont indifférents entre vendre et ne pas vendre. Les agents qui possèdent un véhicule de bonne qualité ne souhaitent pas le vendre.

Si $0 < p < q^2$: $S(p) = 0$. Aucun agent de type 1 ne souhaite vendre son véhicule.

- **La demande**

La demande de véhicules d'occasion peut *a priori* provenir des agents de type 1 ou de type 2. Elle dépend du prix p et aussi de la qualité moyenne des véhicules offerts sur le marché notée μ. Les agents acheteurs potentiels la considèrent comme un paramètre. On écrira ultérieurement que μ correspond effectivement à la valeur définie à l'équilibre du marché.

Les décisions d'achat sont risquées puisque les acquéreurs ignorent la qualité exacte du véhicule acheté. On supposera que les agents prennent leur décision d'achat en maximisant l'espérance mathématique de leur utilité.

Pour un agent de type 1 qui n'a pas vendu son véhicule, l'espérance d'utilité est égale à $R_1 + q$ s'il n'achète pas de véhicule et elle est égale à $R_1 - p + q + \mu$ s'il achète un véhicule. Cet agent décidera d'acheter un véhicule d'occasion supplémentaire si $\mu > p$.

De même, si l'agent a vendu son propre véhicule, l'espérance d'utilité est $R_1 + p$ s'il n'achète pas de véhicule et $R_1 + \mu$ s'il en achète un. La conclusion est donc inchangée: il achète un véhicule si $\mu > p$.

Un raisonnement similaire montre qu'un agent de type 2 achète un véhicule d'occasion si $2\mu > p$ puisque son utilité est égale à R_2 avant l'achat éventuel et qu'elle atteint $R_2 - p + 2\mu$ après l'achat.

La demande totale $D(p)$ est donc définie de la manière suivante:

Si $p > 2\mu$: $D(p) = 0$. Aucun agent n'achète de véhicule d'occasion.

Si $p = 2\mu$: $D(p) \in [0, m]$. Les agents de type 2 sont indifférents entre acheter et ne pas acheter. Les agents de type 1 ne souhaitent pas acquérir de véhicule.

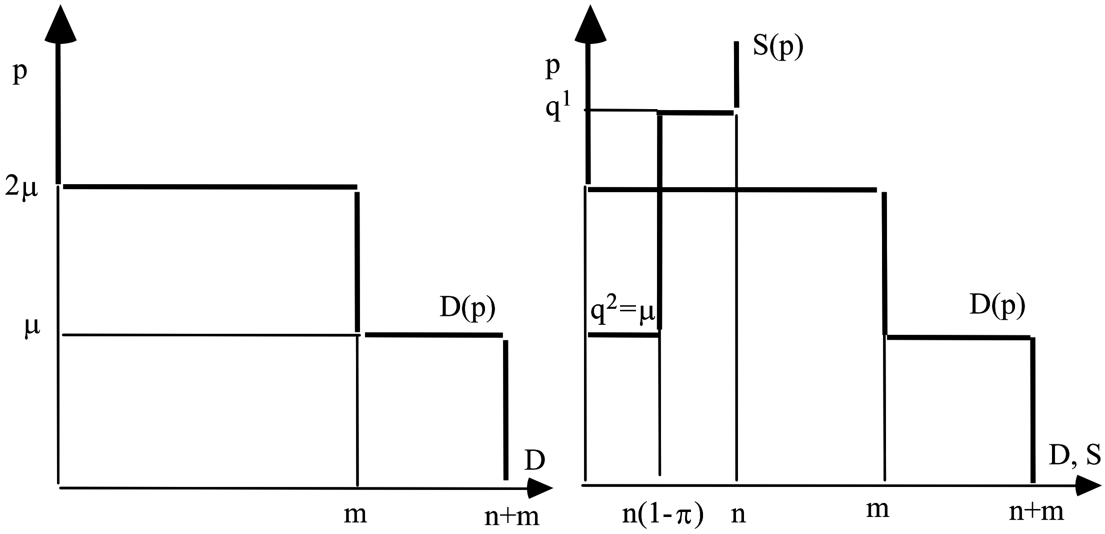
Si $\mu < p < 2\mu$: $D(p) = m$. Seuls les agents de type 2 souhaitent acheter un véhicule d'occasion.

Si $p = \mu$: $D(p) \in [m, n+m]$. Les agents de type 2 souhaitent acheter un véhicule tandis que les agents de type 1 sont indifférents entre acheter et ne pas acheter.

Si $0 < p < \mu$: $D(p) = m + n$. Tous les agents achètent un véhicule.

A l'équilibre entre l'offre et la demande, plusieurs situations sont possibles. On se contentera de monter qu'un fonctionnement inefficace du marché peut apparaître.

Représentons pour cela sur un même graphique les courbes d'offre et de demande totale pour les véhicules d'occasion, en supposant que $2\mu < q^1$. On vérifiera *a posteriori* que (sous certaines hypothèses), cette condition est bien satisfaite à l'équilibre du marché.



a-La courbe de demande des véhicules d'occasion

b-L'équilibre du marché lorsque s'échangent uniquement des véhicules de mauvaise qualité.

Figure 5.6

La figure 5.6 b. montre que le prix d'équilibre est égal à 2μ et qu'il est inférieur au prix minimal exigé à la vente par le propriétaires de voitures de bonne qualité (c'est-à-dire q^1). Seuls les propriétaires de véhicules de mauvaise désirent vendre leur automobile. La qualité moyenne est donc $\mu = q^2$.

Cet équilibre sera bien cohérent si on a $2\mu < q^1$ c'est-à-dire si les paramètres q^1 et q^2 vérifient $2q^2 < q^1$.

A l'équilibre, les n propriétaires de véhicules de bonne qualité ne vendent pas leur automobile alors qu'une transaction naturellement avantageuse pourrait être conclue avec des agents de type 2. Si un agent de type 2 était certain de la bonne qualité d'un véhicule, il serait en effet prêt à le payer un prix ne dépassant pas $2q^1$. Simultanément, un agent de type 1 propriétaire d'un véhicule de bonne qualité le céderait à un prix supérieur ou égal à q^1. Tout prix compris entre q^1 et $2q^1$ serait accepté par les deux parties et l'échange améliorerait la satisfaction de chacun. Cette transaction ne peut malheureusement pas se réaliser sur le marché car les véhicules de bonne et de mauvaise qualités (qui ne peuvent être distingués par les acheteurs) s'y échangent au même prix.

5.5.2 *Aléa moral*

L'asymétrie d'information peut porter non sur les caractéristiques de l'agent, mais sur ses actions, ses efforts à réduire le risque. Soit un individu (ou plutôt un groupe d'individus identiques) qui court le risque d'une perte monétaire L (suite à une maladie) avec probabilité p. L'État ou une société d'assurance peut le couvrir moyennant une prime appropriée (pour une couverture R avec probabilité p on lui demande de payer une prime $\pi = pR$. En outre, en consacrant e ressource, il peut réduire le montant de cette perte de $h(e)$. Si $u(c_s)$ dénote l'utilité de sa consommation dans l'état du monde $s = m$ (maladie) ou b (bien portant) et y son revenu initial, le problème revient à maximiser:

$$U = pu\left[y - L + h\left(e\right) - e\left(1 - r\right) - \pi\right] + \left(1 - p\right)u\left[y - \pi\right]$$

où r est le taux de remboursement (coassurance) sous la condition $\pi = pre$.

- **Parfaite observabilité: l'assureur choisit e, r et π.**

$$\begin{array}{ll} \pi: & -\left[pu'\left(c_m\right) + \left(1-p\right)u'\left(c_b\right)\right] + \mu = 0 \\ r: & \cdot\, pu'\left(c_m\right)e - \mu\, p\, e = 0 \\ e: & pu'\left(c_m\right)\left[h'\left(e\right) - \left(1-r\right)\right] - \mu\, pr = 0. \end{array}$$

$u'\left(c_m\right) = \mu$ et donc $u'\left(c_m\right) = u'\left(c_b\right)$.

Assurance avec couverture complète.
L'effort optimal est donné par:

$$h'\left(e\right) = 1.$$

La fonction $h\left(e\right)$ est concave à ne pas confondre avec la désutilité de l'effort qui est convexe.

- **Asymétrie d'information: e n'est pas observable.**

Avec couverture complète, mais sans contrôle de e, l'assuré dépenserait une infinité de e ou en tout cas e_{max} tel que $h'\left(e_{max}\right) = 0$ puisque ça ne lui coûte rien. L'assureur va donc tenir compte de l'effet du taux de remboursement sur l'effort. Supposons que $h(e) = 2e^{1/2}$; on a:

$$1 - r = h'(e) = e^{-1/2}$$

ou

$$e = (1 - r)^{-2}.$$

Plus généralement $\dfrac{de}{dr} > 0$.

Le problème de l'assureur est de maximiser U par rapport à π et r. Soit:

$$\begin{aligned} \pi : &\quad pu'(c_m) + (1-p)\,u'(c_b) = \mu \\ r : &\quad pu'(c_m)\,e = \mu\ p\ \left[e + r\frac{\partial e}{\partial r}\right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u'(c_m) &= pu'(c_m) + (1-p)\,u'(c_b) \\ &\quad + \frac{r}{e}\,\frac{\partial e}{\partial r}\left(pu'(c_m) + (1-p)\,u'(c_b)\right) \end{aligned}$$

$$r = \frac{e\,(1-p)\left[u'(c_m) - u'(c_b)\right]}{\dfrac{\partial e}{\partial r}\left(pu'(c_m) + (1-p)\,u'(c_b)\right)}.$$

Le taux de remboursement dépend de la concavité de $u(\cdot)$, soit l'aversion au risque et de la réaction de e à r. Si le remboursement affecte peu la dépense ($\dfrac{\partial e}{\partial r}$ proche de 0), il y a peu d'aléa moral et le taux de remboursement peut être élevé. Si l'assuré est neutre au risque, $u'(c_m) = u'(c_b)$.

- **Aléa moral et coassurance. Surconsommation ou sous-consommation**

Le problème que nous venons de traiter concerne l'aléa moral *ex-post*, ce qui dans le domaine de la santé est qualifié de risque de surconsommation. Nous avons vu que ce risque impliquait un certain taux de coassurance, un ticket modérateur d'autant plus important que l'élasticité de la demande de soins par rapport au taux de couverture est élevé et que l'aversion au risque est faible.

Un autre type d'aléa moral, dit *ex-ante*, se produit lorsque l'assurance accroît la survenance du risque, sa probabilité. Dans le cas de risque de sous-prévention, une franchise s'impose. Au delà, la couverture est totale.

Revenant au risque de surconsommation, on peut s'interroger sur l'effet que peuvent avoir sur le taux de coassurance :

- la gravité de la maladie,
- l'état de santé de l'assuré,
- le niveau de revenu de l'assuré.

On s'attend généralement à ce que pour des maladies graves, la surconsommation soit négligeable et du coup, la coassurance nulle. Lorsque les individus n'ont pas le même état de santé, on aimerait couvrir davantage ceux qui ont un mauvais état de santé, c'est-à-dire qui souffrent davantage d'une maladie. Ce sera le cas pour autant que l'effet du taux de couverture sur les dépenses de santé ne diminue pas fortement avec l'état de santé. Même résultat pour des individus à revenus différents.