

# Theorie des indices

Les indices de volume reposent sur la théorie néoclassique du consommateur.<sup>1</sup> Nous allons voir les fondements théoriques des indices de volume et leurs limites. Les conclusions s'appliquent également aux indices de prix.

## 1 Théorie du consommateur

Selon celle-ci, le consommateur maximise une fonction d'utilité concave sous sa contrainte budgétaire. De manière formalisée, cette théorie s'écrit:

$$\max U_0(x_{0,1}, x_{0,2})$$

sous la contrainte budgétaire :

$$B_0 = p_{0,1}x_{0,1} + p_{0,2}x_{0,2}$$

où  $x_{0,i}$  est la quantité du bien  $i = (1, 2)$  à la période 0,  $p_0 = (p_{0,1}, p_{0,2})$  est le vecteur des prix à la période 0,  $B_0$  est le budget du consommateur à la période 0 et  $U_0(\cdot)$  est la fonction d'utilité du consommateur représentant ses préférences à la période 0. On suppose que :

$$U_0(\cdot) > 0, U'_0(\cdot) > 0 \text{ et } U''_0(\cdot) < 0.$$

Ces hypothèses signifient que l'utilité est positive pour une consommation non nulle et l'utilité est concave. Dans un cadre certain, la concavité signifie que le consommateur préfère consommer un peu des deux biens plutôt qu'un seul des deux biens. Dans un cadre incertain, la concavité signifie que le consommateur est risquophobe, c'est-à-dire qu'il préférera toujours le panier de biens le moins risqué.

On peut représenter le problème du consommateur sous forme graphique (figure 1).

L'allocation optimale du budget se trouve au point  $q_0$  qui est le vecteur des quantités optimales de  $x_1$  et  $x_2$ . C'est le point de la courbe d'indifférence  $U_0$  qui minimise les ressources budgétaires.

Comme il n'y a qu'une seule période, l'indice en valeur de cette période est l'indice de référence :

$$I_0 = \frac{p_0 q_0}{p_0 q_0} \times 100 = 100$$

Supposons maintenant que nous ayons deux périodes : la période initiale 0 et la période suivante  $t$ . Le problème de notre consommateur à la période  $t$  est le suivant :

---

<sup>1</sup>Cette note a été développée à partir d'un article de Michel Volle disponible sur son site internet : <http://www.volle.com/travaux/indices2.htm>

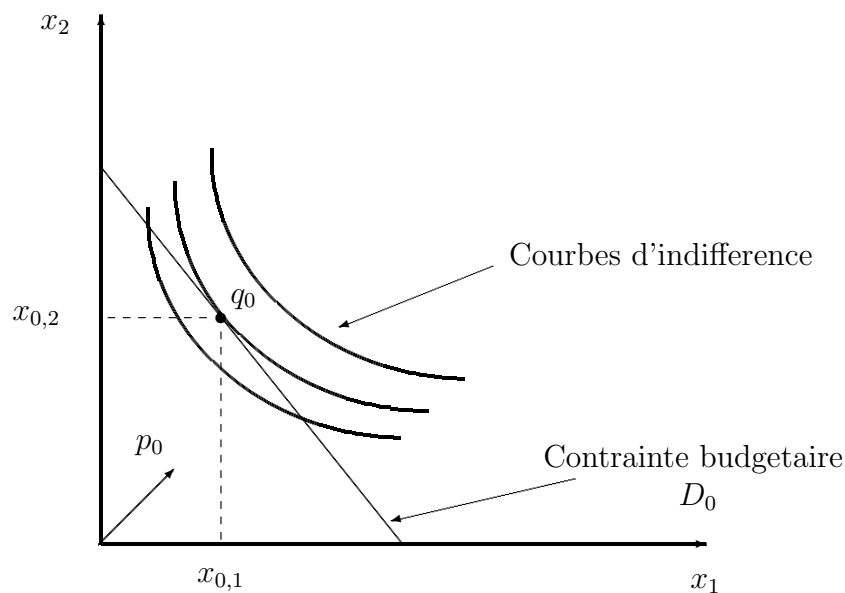


Figure 1: Décisions de consommation avec préférences concaves

$$\max U_t(x_{t,1}, x_{t,2})$$

sous la contrainte budgétaire :

$$B_t = p_{t,1}x_{t,1} + p_{t,2}x_{t,2}$$

Il y a donc trois données qui peuvent changer : le vecteur des prix, le vecteur des quantités et les préférences représentées par la fonction d'utilité. L'indice en valeur à la période  $t$  est :

$$I_t = \frac{p_t q_t}{p_0 q_0} \times 100$$

Si l'on veut comparer le bien-être matériel du consommateur, la comparaison des indices en valeur,  $I_0$  et  $I_t$ , ne nous aidera pas beaucoup. En effet,  $I_t$  peut être supérieur à  $I_0$  tout simplement parce que les prix ont augmenté. De même, la connaissance des quantités aux deux périodes ne nous permet pas toujours de conclure quant à l'amélioration du bien-être. Par exemple, une modification des prix relatifs peut conduire à une diminution d'une unité physique du bien  $x_2$  et une augmentation de deux unités physiques du bien  $x_1$ . Qu'en conclure ?

La théorie du consommateur est claire à ce sujet : le bien-être matériel augmente si l'utilité du consommateur augmente. On voit aisément sur le graphe que le bien-être n'augmentera que si le vecteur des quantités  $q_t$  se trouve sur une courbe d'indifférence au-dessus de celle où se trouve  $q_0$ . Cela ne voudra pas forcément dire que les quantités de biens en  $t$  seront toutes supérieures aux quantités en 0, auquel cas il serait évident de conclure à l'amélioration du bien-être. Une des deux quantités pourra tout à fait être inférieure et l'autre supérieure.

En fait, si  $U_t > U_0$  on pourra conclure que le *volume* de la consommation a augmenté. Il faut donc faire une distinction entre le volume (quantités pondérées par des prix constants) et les quantités.

Finalement, s'il on souhaite mesurer l'évolution du bien-être, il faut mesurer l'évolution de l'utilité du consommateur. Malheureusement, l'utilité n'est pas une fonction cardinale mais ordinale. On ne pourra donc pas utiliser l'utilité pour évaluer le taux de croissance de la consommation entre 0 et  $t$ .

Cependant, nous avons des données sur les prix et les quantités (bien souvent, on n'a même pas de données sur les quantités, mais on peut les déduire en déflatant les consommations en valeur par les prix).

Avec ces données, on va pouvoir construire des indices. Ce sont les indices de volume qui vont nous permettre de quantifier la croissance en volume de la consommation ou la croissance de l'utilité. Disons-le d'emblée, les indices de volume ne pourront nous donner, dans la grande majorité des cas, qu'une approximation de la croissance en volume de la consommation. Nous allons maintenant en expliquer la raison.

## 2 Fondements théoriques des indices

On vient de voir que le volume de la consommation augmente si  $U_t > U_0$ . Nous allons voir comment nous pouvons mesurer la variation en volume de la consommation.

Commençons tout d'abord par définir la variation de l'utilité. Formellement,

$$dU = dq \cdot \left\{ \frac{\partial U}{\partial q} \right\} + dp \cdot \left\{ \frac{\partial U}{\partial p} \right\},$$

où  $dU$  est la variation de l'utilité qui est égale à la dérivée totale de l'utilité. On peut alors observer les deux composantes de la dérivée totale : la composante "variation en volume" (termes entre les signes "=" et "+") et la composante "variation des prix" (termes à droite du signe "+").

Par conséquent, la variation de l'utilité due à la variation du volume de la consommation est :

$$dq \cdot \left\{ \frac{\partial U}{\partial q} \right\}, \tag{1}$$

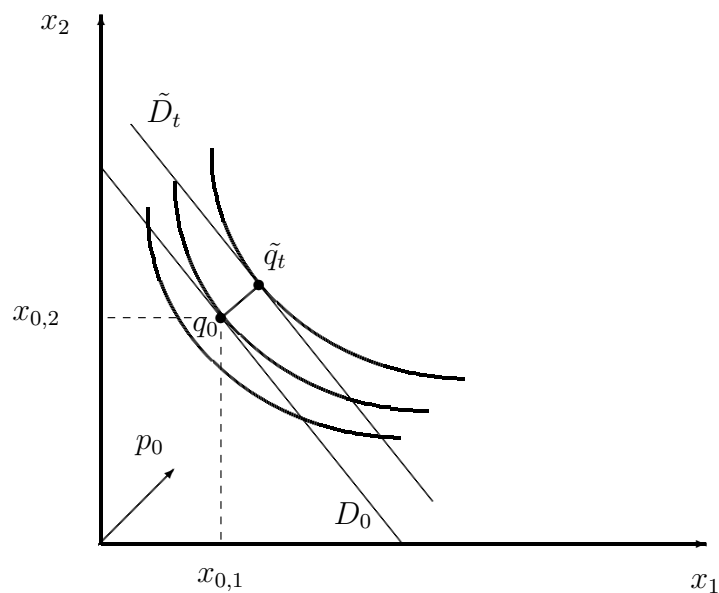


Figure 2: Croissance du volume de la consommation

où le terme entre crochets est la dérivée partielle de l'utilité par rapport au vecteur des quantités. Cette dérivée partielle signifie que l'on mesure la variation de l'utilité quand on fait varier les quantités et que l'on maintient les prix constants. Pour mesurer la variation de la consommation en volume entre deux périodes ( $dq = \tilde{q}_t - q_0$ ) si les prix restent constants, il nous faudrait utiliser (1), c'est-à-dire connaître  $U$ , puis observer sa valeur en  $t$  et enfin en déduire la valeur de  $dq$  puis de  $\tilde{q}_t$ , qui se déduit de  $\tilde{q}_t = dq + q_0$ . En termes budgétaires, on aurait alors

$$\tilde{B} = p_0 \tilde{q}_t,$$

où  $\tilde{B}$  est le budget du consommateur en  $t$  aux prix de la période 0 puisque les prix sont constants. On peut alors construire l'indice de volume qui mesure la variation de la consommation en volume :

$$\tilde{L}_q = \frac{p_0 \tilde{q}_t}{p_0 q_0}, \quad (2)$$

qui est un indice de volume de Laspeyres.

On peut représenter graphiquement  $\tilde{q}_t$  et la distance qui mesure la variation en volume, indiqué par un segment (figure 2).

Malheureusement, on ne connaît pas  $U$ . On ne pourra donc jamais calculer  $dq$  ni  $\tilde{q}_t$ . On ne peut pas non plus observer  $\tilde{q}_t$  aux prix  $p_0$  puisque la probabilité que cette situation se produise est infime.

Alors que faire ?

On doit en fait se contenter d'une approximation de (2) en construisant un indice de volume où l'on remplace  $\tilde{q}_t$  par la valeur de  $q_t$  que l'on observe dans l'économie en  $t$  :

$$L_q = \frac{p_0 q_t}{p_0 q_0},$$

Il faut bien avoir conscience que le vecteur des quantités  $q_t$  ne s'observe en  $t$  qu'associé au vecteur des prix relatifs de cette période, à savoir  $p_t$ . Par conséquent, associer le vecteur des prix  $p_0$  au vecteur des quantités  $q_t$  n'est justifié du point de vue de l'équilibre général que si  $p_t = kp_0$ , c'est-à-dire si le vecteur des prix en  $t$  est identique ou est un multiple du vecteur des prix en 0 (graphiquement, cela veut dire que la pente de la droite budgétaire en  $t$  est la même que celle en 0). Dans tous les autres cas, beaucoup plus probables,  $q_t$  aura une valeur différente de  $\tilde{q}_t$  et l'équilibre général ne sera pas satisfait. Cela va donc introduire un biais dans le calcul du taux de croissance en volume de la consommation. En effet, le vecteur des quantités  $q_t$  que l'on observe aux prix  $p_t$  se trouve sur une courbe d'indifférence dont le niveau d'utilité  $U_t$  n'est pas mesurable. La seule valeur du vecteur des quantités en  $t$  qui se trouve sur cette courbe d'indifférence et qui minimise le budget évalué aux prix  $p_0$  est  $\tilde{q}_t$ . Or, on sait que  $q_t$  ne satisfait pas la contrainte budgétaire aux prix  $p_0$  mais satisfait la contrainte budgétaire aux prix  $p_t$ . Si  $p_t \neq kp_0$ , alors  $q_t$  ne se trouve pas au point de tangence entre la courbe d'indifférence et la droite budgétaire aux prix  $p_0$ . De plus, comme la fonction d'utilité est concave, on est certain que le seul point de la courbe d'indifférence qui minimise le budget aux prix  $p_0$  est  $\tilde{q}_t$ . Tous les autres points de cette courbe d'indifférence nécessitent aux prix  $p_0$  un budget supérieur (figure 3). Par conséquent :

$$p_0 \tilde{q}_t \leq p_0 q_t,$$

et ainsi :

$$\tilde{L}_q = \frac{p_0 \tilde{q}_t}{p_0 q_0} \leq L_q = \frac{p_0 q_t}{p_0 q_0}$$

En d'autres termes, notre indice de volume construit à partir de  $q_t$  surestime le volume de la consommation. Le taux de croissance qui en découle est biaisé à la hausse. Plus  $q_t$  se trouve loin de  $\tilde{q}_t$ , c'est-à-dire plus les prix relatifs sont différents entre 0 et  $t$ , plus le biais sera fort et moins l'indice de volume sera fiable.

Remarques :

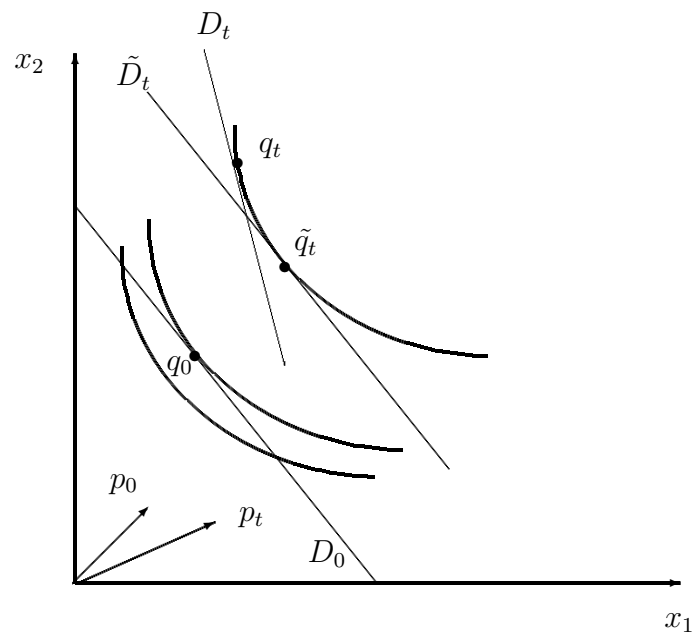


Figure 3: Surestimation de la croissance de la consommation en volume

1. Les indices de volume que l'on vient de voir ne sont pas seulement appliqués à la consommation mais à de nombreux agrégats macroéconomiques, au premier rang desquels on trouve le PIB. Même si la consommation est une composante importante du PIB, il n'en reste pas moins que l'application des indices au PIB n'a pas de fondement théorique aussi rigoureux que pour la consommation. C'est donc une généralisation qui a des faiblesses théoriques.
2. L'approximation des indices de volume qui résulte de l'impossibilité de mesurer les niveaux d'utilité  $U$  s'applique aussi aux indices des prix de Paasche ( $= p_t q_t / p_0 q_t$ ), puisque ceux-ci associent également des prix de la période 0 aux quantités de la période  $t$ .